

用代数技术解决几何难题： 华东师大青年学者最新成果发布国际数学顶刊

上世纪 60 年代建立的阿蒂亚 - 辛格指标定理被认为是 20 世纪最重要的数学成就之一。而由阿蒂亚 - 帕托蒂 - 辛格指标定理引入整体微分几何中的 η - 不变量，在群作用下是否存在局部化公式，是国际数学界长期悬而未决的问题。

华东师范大学数学科学学院青年研究员刘博与巴黎大学数学系教授、国际著名数学家麻小南合作，最终解决了这一难题，研究成果“Differential K-theory and localization formula for η -invariants”于 6 月 10 日在数学四大国际顶刊之一的《Inventiones Mathematicae》（《数学发明》）上发表。

69 页论文，长达六年的研究“中长跑”

这是一份长达 69 页的研究成果，包括前期研究综述、新理论的发展以及在几何领域应用三个部分，研究过程耗费了整整六年的时间。研究问题的提出，要追溯



巴黎大学数学系教授、国际著名数学家麻小南教授

到2012年还是博士生的刘博赴法拜访国际著名数学家麻小南教授时的一场谈话。

“我们讨论到在群作用下可能存在局部化公式，尽管之前从来没有人提出过。”刘博回忆说，“麻小南教授很敏锐地感觉到，随着微分 K 理论的最终揭示，这个问题必然浮出水面。”

麻小南教授是国际著名的微分几何学家，在辛几何、多复变、阿蒂亚-辛格指标理论及其应用等多个领域做出过一系列重要的工作，麻小南的灵感给了刘博莫大的信心。

“之后我放下了手头所有的事情专心攻克这个难关，甚至从零开始自学了算术代数几何，以及数论、概率等很多之前不熟悉的数学分支。”刘博说，我们研究的是一个几何问题，为了解决这个问题，引入了微分 K 理论这个21世纪新出现的理论。“这是一个非常重要的问题。当年，我们找到了一个可能的途径尝试去解决它，而且刘博在这个过程中，一步步地完成了很多个可能对解决最终问题有帮助的尝试。”麻小南在成果发表后表示。

从2012年到2018年的六年间，刘博与麻小南教授始终保持着对这一问题的讨论，陆续做出了五篇阶段性成果，其中三个由刘博独立完成。“结论的未知性既是最大的困难，也是最吸引我的地方。”刘博专攻于此，也印证了合作者麻小南教授在不同场合反复强调的话，“数学研究不是短跑，是一场中长跑”。

“希望在我们国家能够遇到更多他这个水平的年轻人”

“微分 K 理论因为是新理论，在中国关注的人不多。我们这次找到了微分 K 理论的第一个几何应用，凸显了这个新理论的价值，以后应该会有更多人加入这个队伍，用这个理论可以做出纯粹用几何暂时没法做出来的几何问题。”刘博说。在解释这一非常“小众”的理论数学研究成果的意义和价值时，麻小南回答道，“在基础数学中，对于一个具体的成果，并没有很多人能够理解解答



华东师范大学数学科学学院青年研究员刘博

的所有细节。但当我们做学术报告时，其他数学家能够意识到这个问题的重要性和解答的思路。”

该杂志的两位审稿人最终给予了高度评价：“作者非常令人惊讶地应用大量代数，而非分析或几何的办法解决了这一问题，再次印证了指标定理的主旨：‘将数学的不同部分统一起来’”；另一位审稿人说，“该文展现出了对狄拉克算子等变谱理论的真知灼见。”

刘博将这种“不同部分的统一性”解释为，他们用了比较多的代数方法解决了一个几何问题，从而打开了一扇门。

刘博 2007 年本科毕业于中国科学技术大学数学系，2013 年在南开大学陈省身数学研究所获得博士学位，师从张伟平院士；2017 年入职华东师范大学数学科学学院，现为华东师范大学紫江青年学者。近年来，学校推出系列人才引进与培育方案，形成了良好的科研创新生态，创造出开阔独立的研究空间。

“在这六年中，刘博从一个学生成长为一流的青年数学家。而且最终和我一起解决了这个问题。”麻小南说：“我很高兴能够遇到他，而且我希望在我们国家能够遇到更多他这个水平的年轻人。”

论文链接：<https://link.springer.com/article/10.1007/s00222-020-00973-8>

原文来自于华东师范大学 2020 年 6 月 15 号校园新闻