

入门须引路 功夫法自修

——王元院士谈数学教学

■ 蒋文燕



《数学文化》2011年的编者按：王元院士是国际知名数学家，他在数学的诸多领域中都做出了杰出的贡献。他开创了中国在哥德巴赫猜想“ $a+b$ ”命题研究上的先河，他与华罗庚先生共同提出计算高维数值积分的方法，国外称为“华—王方法”。王元先生还曾担任中国数学会理事长，积极推动中国数学的整体发展。几十年的学术生涯，使他对于数学、教育、社会和人生都有深刻的见解。我们特邀蒋文燕博士对王元先生进行了深度采访。

蒋文燕于2002年在北京大学中文系获得博士学位，同年任教于北京外国语大学中文学院，目前在匈牙利罗兰大学孔子学院担任中方院长。蒋文燕博士从数学圈外人的角度，就数学教育等问题向王元先生请教，谈话的内容相信对于读者会很有启发。

王元院士是中国数学会原理事长，也是我国著名的数学家，他在数论、高维数值积分等领域做出了重要学术成果。今年5月，元老以91岁的高龄在北京辞世。本通讯得到《数学文化》期刊的授权，重登元老十年前接受的采访，以表达中国数学会对王元理事长的思念。



1930年，王元与母亲



1937年，王元与家人，第二排中间为王元，三排中间为祖母，后排右二为父亲，三排右为母亲

与王元院士的交谈实际上是从 2009 年秋天陆续开始的。当时元老在晨兴数学中心领导着一个“数论讨论班”，每周六早上九点他都会准时开讲。我完全是数学的门外汉，在旁听的那一个多小时的时间里，元老所讲的与其他数学家所讨论的东西对我来说无疑形同天书。我诧异和感动的，是元老讲课时的心态神情。他的眼神炯炯，带着笑意；字迹娟秀，透着童心。而且无论是自己讲课，还是与人讨论，元老都面带笑容，或颌首微笑，或会心大笑，那股子精气让人很难相信他是一位八十岁的老人，一年多前还动过大手术。

在元老完成授课和讨论后，他会提前告退，由我陪着他走回家。一路上，我们穿过宝马车与三轮车并驰的街道。过马路时，我扶着元老，心里却多少有些紧张，在我所见，没有车辆会为这样一位身躯瘦弱、衣着朴素的老人稍稍减缓车速。而元老判断通过马路的时机却比我坚定，他果断又慎重地走走或停停，穿行在这片已经走了五十八年的街区。

天气好时，我们会在途中的“新科祥园”小区坐一会儿。元老说他常在这里休息。在秋天温暖阳光的照耀下，看着眼前玩耍的孩童，聆听元老的谈话是极令人享受的时光。他谈到令他尊敬的师长，“中国的数学家中，华罗庚先生是比较特别的。他的工作特点有两条，一是深刻，在上个世纪三四十年代，中国人对数学的理解还比较肤浅，而华老搞解析数论比一般的东西要



1953年华罗庚和学生们在数学所门外。

左起前排：王元、许孔时，后排左一：李开德，左三：华罗庚，右一：万哲先

深刻很多，所以他的工作持久性就比较强。二是华老的解析数论已经搞得很好了，但他可以把它抛开，重新来起，这是了不起的。”在元老看来，中国没有第二个数学家能像华罗庚先生这样，这一转变也使得华罗庚先生成为一个全面的数学家，而这对元老自己年轻时专业方向的改变也曾产生过积极的影响。在年轻的数学家中，元老赞赏张寿武的独立性，“我不赞成学生跟在老师的后面做文章，最好连我的书也不要读，他一定要自己去做。”在元老看来，身为老师，应该给学生一个宽松自由的环境，“高素质的人才都是自己奋斗出来的”。而元老谈得最多的，是希望年轻的数学家们不要读死书，死读书，一定要去做问题，无论大小，一定要去做。

这样每周一次的聆听与交谈，一直持续到2009年初冬几场雪后。正式的采访分两次在元老的办公室进行。初进元老的办公室时，我诧异于他办公室的狭小和简朴，“元老，您的办公室还没有大学里某个学院院长的大。”

“院士不是官啊。”元老平静地说。

蒋文燕 (以下简称蒋)：元老，因为有关您的数学研究工作已经有许多文章谈过了，所以这次我想主要请您谈谈您对数学教学的认识。

王元：好的。

蒋：您曾在《我的数学生活》（见王元：《王元论哥德巴赫猜想》，山东教育出版社，1999年）一文中提到，在浙江大学读书时，大三您参加了陈建功、苏步青两位数学大师组织的学生数学讨论班，在讨论班上您报告过英革姆（Ingham）的《素数分布理论》，陈老、苏老在讨论班上是如何指导学生的？这样一种研讲方式对您日后的学习、研究产生了什么样的影响？

王元：我是1949年进浙大的，1951年的下学期和52年的上学期参加了这个读书班，1952年的夏天就毕业了。我到浙大去的时候是1949年底，在那之前在英士大学，是一所比较普通的大学，后来解放以后这个学校被合并到浙大，所以就到浙大去读书。这个研究班是浙江大学数学系的一个特点，很有它的特色。



青年王元（1958年）

现在的大学教育都跟幼儿园的教育有点儿像，老师在上面讲，学生在下面记笔记，参加考试。所谓的读书班是一个自学，自学有什么好处呢？就是普通的大学生毕业以后没有老师再教他了，统统要自学，如果你在学校里面已经养成一点自学的习惯，毕业以后就方便多了，自学是很自然的事情，所以就不需要经过一个转变，就会自学了。做研究之前都要自学，因为要找文献，如果你在大学里面就学会了自学，就太好了。所以，浙江大学在旧中国培养了很多高等学校比较好的老师，很大一部分都是通过读书班来培养的。另外学生好不好，读书班里面比较能够看得出来，因为是自学嘛，有没有专心，有没有自己的想法，比较容易看到了。所以呢，老师可以看得出来，哪些学生好，哪些学生不适合做研究。所以读书班对浙大来讲是一个很成功的经验。我在浙大的时候听老同学讲，浙大的精华就是读书班。

蒋：它的历史很长了？

王元：对，从一九三几年开始的。



华罗庚与王元（1980年代）

蒋：搞讨论班的时间也挺长的？

王元：我们不是第一次，我们前面已经十几届了。经过讨论班的考验，哪些学生是块什么料，就可以知道了。我们那个时候，1951年的夏天，我们进入到四年级了，要参加讨论班，那时候苏老师、陈老师他们不领导，是他们的学生领导。实际上从今天的眼光看，他们并不老。当时也不知道为什么，觉得他们老得不得了，用今天的眼光看，当时苏先生的年龄，我想一想不到50岁，觉得老得不得了了，他往那儿一坐，大家都不敢讲话了。陈建功先生也不到60，所以都不领导了，就让下面的学生领导。领导我的老师叫卢庆骏，还有一个是张素诚，是这两个人来领导。卢庆骏是解放前原来浙大的一个老师，解放后刚从美国回来，是芝加哥大学的博士，后来的张素诚是牛津大学的博士，也是刚刚回来。所以他们两个人都是30岁左右，我年纪很轻了，22岁。最早是卢庆骏给我指点了一篇文章，这篇文章是温纳(N. Wiener)写的，他是控制论的创始人。

除此之外，他还给我指了一本书，就是英革姆的《素数分布理论》。实际上现在看温纳的那篇文章并不难，它是傅立叶(Fourier)级数这方面的东西。因为当时我对这方面没有接触过，



华罗庚和他的学生们（1980年代）

第一排左起：潘承洞、陆启铿、华罗庚、陈景润、越民义
第二排左起：李志杰、万哲先、吴方、龚升、王元。第三排左起：陈德泉、陆洪文、计雷

所以那篇文章看不懂，看不懂就不愿意看，而是把英革姆的书看完了，一个暑假就看完了。

蒋：您是暑假的时候先看，到了开学的时候参加的讨论班？

王元：对，看完了后都写成了笔记。所以到开学的时候，我们就去参加讨论班。实际上最初这个讨论班是分层的，也就是有两个讨论班，“甲种讨论班”是报告论文的，“乙种讨论班”是报告书的，每班大概 5、6 个学生，一个人上去讲一次，这个礼拜你讲，下个礼拜他讲，讲的东西也不一样。老师坐在下面听，听听你讲的怎么样。等我参加时，讨论班已经不分甲种、乙种了，就是一个讨论班，你看完了以后去报告就行了。我把书都吃透了，至少形式上怎么推导都知道，就这样报告了一个学期。

蒋：这本书报告了一个学期？

王元：实际上并没有报告多少内容，因为不止我一个人报告，轮到我我就报告这个东西。老师觉得我还是可以的，有自学的能力，第一学期就是这些内容。第二学期，张素诚是搞拓扑学，



王元 17 岁时的画和字

他就指导我念拓扑学的文章。这时候就不念书了，只念文章，这是四年级下学期的事情，大概他也觉得还可以的。可能是到了四年级讨论班，好像我显得在我们班里面比其他的学生都强一些，我们班也就 3、4 个学生，老师对我更满意一点，所以毕业以后我就被分配到了科学院。

蒋：当时这个讨论班学生是自愿参加吗？

王元：不是自愿参加的，到了四年级这就是一门课，你不参加就毕不了业，但是这门课不是老师讲，而是由学生讲，实际上相当于我们现在的研究生一样。其实我们在大学四年级就当了研究生。那时候我不爱听课，觉得自学的效率更高，听课太慢了，而且学习被动，不如自己主动学。所以我现在教学生，不太喜欢让学生

听我讲的，让他们自己看去。我们很年轻的时候就养成了这个好习惯。

蒋：这样受了前辈的影响。

王元：对，这一段学习对我很有好处，我就提前进入了做研究这个轨道，否则毕了业以后，两三年还不知道该怎么搞，从幼儿园到大学一直是一个样，老师教你，教多少学多少。我们那时候四年级就等于是自学了，和老师没有太多的关系了。这样毕业以后，独立性很强，对我好处很大，自己知道该怎么搞研究。所以即使我是名师指导的，像华罗庚先生指导我，我也可以跟他研究方向完全不一样，因为我自己已经有一个独立的、该怎么走的思维。如果当时我不来科学院的话，估计也不会太坏，因为我自己已经知道该怎么搞，自己会搞下去了。来这里当然更好一点，因为老师会在大方向上有更好的指点，但华老并不会给你讲具体的知识，你还得自己看，所以先前的训练会带来很大的好处。

我在大学里面获益最大的就是自学，养成了一个独立的习惯，养成了一个不依靠老师的习惯。因为你要做学问早晚要走上这条路，不能总等着老师教你，像幼儿园的小朋友一样。总有一天你要离开这个阶段，能适当地早一点最好。当然太早也不行，因为自己容易乱来，会走上邪路。如果总是按部就班的话，那你比较晚才能进入研究，很可能错过了创造力最旺盛的时期。

蒋：那个讨论班当时卢庆骏老师和张素诚老师有没有一些具体的指导？

王元：就是听听你讲得不对，给你指出来。实际上可能对我讲的东西，他们还没有我熟悉，这是不奇怪的，不见得指得出多少错来。

蒋：为什么呢？

王元：因为这是很专门的东西，他也不见得有多高，像英革姆的《素数分布理论》，他懂一点。那时候他们在外国刚得了博士回来，就像是我们的博士后差不多。

蒋：等于一个刚毕业的博士生在指导你们。

王元：对，他们自己的研究也不是这个，就是附带指导一下，你讲给他听，等于他也学了。



书法创作，左三起依次为欧阳中石、王元、严加安



书法创作，左一为欧阳中石（2000年代）



王元与陈省身（1990年代）

蒋：当时那个课陈先生和苏先生去听吗？

王元：他们不去，他们有自己的事。他们那个时候就叫老前辈了，五、六十岁都是老前辈了，不干这些事情了。像我们读的英革姆的《素数分布理论》，华罗庚先生是个大内行，卢庆骏懂得不多，这是说实在话，因为卢庆骏是搞傅立叶分析的，也可能他看过这本书。反正对我的帮助是很大的，使得我到了数学所之后，自学的能力很强，独立工作的能力也很强。

蒋：那对您以后指导学生也有影响吗？

王元：这个方式是很重要的，跟我以后指导学生有关系，因为我教学生不是太像教小学生、中学生、幼儿园那样的教法，而是培养他们自己的独立意识。现在有一个错误的观念，就是我们要培养高素质的人才，这个提法是错误的，因为高素质的人才绝对不是培养出来的，是自己奋斗出来的，哪一个高素质人才是培养出来的？你就给他一个环境，顶多你指一条路，他对你这一条路没有兴趣就免谈，他要能成才，他是靠自己奋斗。实际上我在大学里通过讨论班就明白了这个道理，我要再深入地搞下去，就得靠自己，老师不可能再指导你了。



王元与中共中央政治局委员李铁映在1990年国际数学奥林匹克大会上

蒋：对。

王元：当然毕了业之后，碰到华罗庚先生，他当然是这方面的大专家，像英革姆的书他很熟悉，他当然知道的比我多。但是我搞的是筛法，他也是一个外行，他没有我知道的多，这是显然的事情。

蒋：看来自学能力特别重要。

王元：独立特别重要，依靠老师是错误的观念，这种错误观念不纠正的话，这个人是不能成才的。

蒋：是。

王元：现在你对学习数学有一点印象了吧？

蒋：嗯，有一些印象了。



王元与数论专家廖明哲的合影，廖明哲曾是香港大学的讲座教授（1990年代）

王元：我要强调一点的是，在大学里面，我就已经知道怎么去查文献，怎么去自学，怎么去找方向。毕业以后，你找到一个名师也好，找到一个不太有名的老师也好，都是要靠自己搞，不需要别人判断。如果这个过程不早养成的话，毕业以后要耽误很多年，才有可能成才。有的学生很奇怪，经常问到底该干什么啊，这不是天大的笑话嘛。你自己连干什么都不知道，那你还呆在这儿干什么？这种笑话真是太多，从我毕业一直到现在都有很多。有一次我在电梯里还碰到一个年轻人，他问我，王老师，我们到底怎么才能够把数学学好啊？我说这在电梯里一言难尽啊。后来他也觉得不是一两句话可以说得清楚的。你怎么学好数学你都不知道，还需要我来告诉你吗？

蒋：他可能是没有办法了。

王元：他看来是没有办法了，所以见到一个有名的人就赶紧取取经，但这是没有经好取的。我也是运气好，如果我在大学里受的教育就像现在幼儿园和中学、小学这种教育，那就惨了，毕了业以后还要重头来起，不知道什么叫自学，也不会查文献，什么都得依靠老师。尤其你遇到的老师又是华罗庚，他轻易不跟你讲话的，他没有那么多时间跟你废话，那你怎么办？所以他手下的学生有将近一百个，成才的才有几个。成才要靠自己，不能靠他。

蒋 : 您知道浙大这种本科生的演讲制度现在是否还保持着?

王元 : 现在浙大肯定没有这个东西了, 因为浙大数学系后来就被撤掉了。

蒋 : 解放后把它撤掉了?

王元 : 1952 年撤掉的。不过现在也不像以前, 从前我们同班就四个人, 后来走掉一个, 剩下三个, 全系不到二十个人, 那你当然可以精耕细作。现在一来就是几百个人, 老师认不得学生, 学生也认不得老师, 估计用这个办法也不好弄。现在的大学是一种普及教育, 我们过去是精英教育, 这是不同的概念、不同的方式。现在素质好的学生没有那么多, 这也是一个问题。

蒋 : 所以数学的人才……

王元 : 就不容易出来了。我和华老搞不同的方向, 他搞他的, 我搞我的, 完全是不同的领域。如果我走他的路, 那就惨了, 那就没有现在的业绩了, 我不能走他的路, 我也鼓励我的学生不走我的路。

蒋 : 您当年给华老当高等数学的助教, 当时班里很多同学日后都成为著名的数学家, 您能否谈谈当时的教学情况, 以及当年的那些学生们呢?

王元 : 这个情况可能不全像你说的这样。当时科大刚建立, 华罗庚先生就到科大去教微积分。他是很想通过教微积分来写一套书, 这套书大概有五六卷, 把整个数学的基础都重新写一遍, 让学生来听一听。当时他拉我去, 我已经是讲师了, 并不是给他当助教, 他算是跟我联合开这门课。但是讲义是他自己写的, 只有百分之二、三十是我写的, 那部分就是抄书。微积分不管谁来教, 材料都已经定型, 只是讲法不同而已, 或者自己有一点点小小的创造, 所以有许多抄书的东西他当然就让我替他补充一下。这个课完全要他一个人讲, 老实讲他也讲不下来, 他不是一条龙嘛, 一条龙实际上他讲数学分析, 还有一个人开代数。分析他一个人也讲不下来, 因为一个礼拜讲八个钟头, 他哪吃得消。实际上我讲 4 个钟头, 他讲 4 个钟头。因



王元与菲尔兹奖和沃尔夫奖的得主 Selberg (1990 年代)

为他外面的会多得很，人大常委会什么的，如果他去开会的话，我就替他代课。

蒋：您曾在《华罗庚》一书中提到，当时华老是讲主要的部分，您是讲教材里面技巧、问题和习题这些东西。

王元：对，当时我们还有助教，助教就是出习题、改习题、答疑。前后有三个人当过我们的助教，第一个助教韩京清，去世了，第二个助教周永佩，第三个助教邓诗涛，这三个助教帮我们管这事。他们不管讲义的事，讲义的事是我管。当然后来华罗庚先生还挺客气，在他书里还写了这个事，说我帮他写讲义什么之类，甚至他还说我跟你合写。我说不能合写，你干了百分之七十以上，我不能跟你合写。而且这也不是什么大事，写微积分，何必合写。第一卷弄完后我就没有再参加这个工作了，我离开了。第二卷是别人在搞，第二卷没有搞完，“文化大革命”就开始了，他的计划就没了。

至于我们班的同学，说实在话，我觉得他们平均水平都较高，但是要说特别好的，我还没有发现。从现在来看的话，当时那班孩子中有十来个人还是可以的。

蒋：还都在做数学工作？

王元：这十来个人毕业以后还是有较好成绩的，特别好的也没有，因为他们毕了业以后，没有几年就“文化大革命”了，把他们给冲了，所以他们也是受害者。

蒋：看来我的问题不太准确。

王元：这个班我主要是帮华老写讲义，配合他教书。关于他那个讲义的特点，在最近出版修订他的书的时候，我写了一个导言，这上面都有。

蒋：是《高等数学引论》这本书。

王元：这上面把那些经过都写了。当时华罗庚先生有一个特点，他有时候也偶尔自己来上一两次习题课，他的习题课就是把微积分的习题换成初等数学，这是他厉害的地方。微积分可以得到一些应用，用初等数学的东西也可以做出来，这是他很有特点的地方，所以他上习题课也很快乐，并不是用现成的方法做，他用初等的方法做一些高等的数学。

蒋：这样做更简单了？

王元：对，更简单了，这是他的特点。他的书有自己的想法。他的另外一个特点，我没写，这里做一点补充，就是华老讲课的起点比较低，起点不高。就说他用比较容易接受的语言，让你好懂一点。他写的《数论导引》也好，《高等数学引论》也好，都是比较容易念的，便于自学，不太难，这是他的一个特点。他的起点低，起点低并不是说内容简单，就是说我不是从很复杂的抽象的框架出发，而是从一些具体的例子慢慢深入进去，这是他的一个特点。

蒋：教学上也是这样的？

王元：对，讲义上也是这样的，尽量讲得很直观很通俗，这是他的一个特点，一大特点。

蒋：当时华老讲课的时候，您也去听吗？



王元与方开泰（左）在香港合影（1990年代）

王元：我不去。

蒋：为什么没有去呢？

王元：我没有去听他讲课，是因为他的讲义我都看了，都知道怎么回事了。他这样一位大教授讲课，我也没去听，说起来比较奇怪。如果你什么都听，你就把时间都搞没了。我也不希望我讲课的时候谁都来听，如果你觉得这个东西很简单，觉得你都会了的话，你不来听是你的自由。如果都不来了，我就不用讲了，是不是？

蒋：您在《华罗庚》一书中提到，当时华老花了很多时间撰写《高等数学引论》，您在想这样做是不是有必要，现在您对这个问题怎么看？

王元：现在还不好说，要历史来判断，因为他培养出来的学生也不见得比北大的好，北大也来了很多学生到我们所来，科大也来了一些。北大的学生程度也很好，并不是按照他的这个方法讲的。学生好不好是由他本身的素质决定的，不是老师决定的，老师起的作用有限得很。

所以现在说老师培养学生，这话听着好笑，学生是自己奋斗出来的，跟你培养有什么关系，你给他一个好的环境就行了，你不要成天找他去开会啊，弄这些没用的事。当时班上现在看来也有一些人做了不错的贡献，肖玲就是我们班的，是一个好的女数学家。（注：元老此时在记者的本子上一一写下了当年那些他觉得不错的学生名字）这些人还都是可以的。什么叫作还可以，我得给你定义清楚，就是他毕业了以后，如果搞理论的，他能够经常发表文章，在好一点的杂志上发表文章，像国外的一些杂志，还有《中国科学》这些。搞理论这样就行了，他们自己有一个方向在那儿走，带带学生。搞应用的话，他能解决一些事，这也可以了。

蒋：徐广善老师也是那个班的？

王元：对，他们那个班没有数论专业的，不是计算数学就是微分方程。没有人搞基础数学，徐广善是由微分方程转入数论的，所以这些人后来搞理论的都能够独立发表文章，独立工作，像肖玲到外国访问了很多次，去工作一年半的，达到这个水平，也就不错。

蒋：这是您教的第一批学生吗？

王元：第一批学生，我可能教了他们两年基础课。

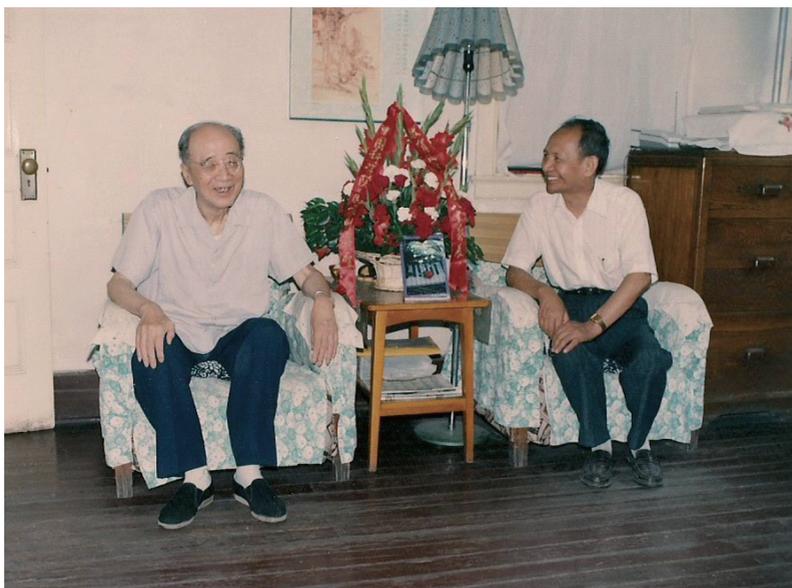
蒋：除了和华老合作以外，还教了别的课？

王元：别的没有。

蒋：和华老合作了三年？

王元：两年。这两年的讲义就是这次高教出版社出版的《高等数学引论》第一册、第二册。

蒋：元老，您曾和胥鸣伟老师翻译了哈佛大学的教材《高等微积分》，这是出于什么考虑？现在华罗庚先生的《高等数学引论》也刚刚再版，您能否结合这两套教材，讲讲您对高等数



王元与北京大学数学系前主任段学复（1990年代）

学教材和教学的认识？

王元：我跟胥鸣伟翻译的哈佛大学这本书，正好跟华老的风格是截然相反的，华老讲得很简单，这是起点低。这本书起点比较高，起点高不是说就好，起点低不是说就不好。起点高的意思是说，里面讲了很多的东西都是从一些抽象的概念出发，用抽象的公式来定义，定义了半天，可能你脑子就发昏了。但是这也很有必要，数学发展到后来，总是要跟逻辑有更严格的关系。中国没有人按照这个方式讲过高等分析，所以我们觉得它还是有特点的，就把它翻译出来了。翻译出来看着这个书，分析的语言都知道了，否则的话，很多近代数学的语言都不知道。过去没有同类型的书，所以有必要把它翻译出来。这个书我只翻译了百分之二十，百分之八十是胥鸣伟翻的。

蒋：最后是您来统稿的？

王元：统稿也是他统的，我只翻译了12万字。最近不是搞了很多的教材嘛，其中这本书的起点就很高，里面有些东西华老的书都不写的，像逻辑量词，逻辑的连接词，基本上第一章

就是数理逻辑的一些基本概念，第二章是向量空间，一般书上也不会讲这些东西的，它是一种抽象数学的讲法。

蒋：您是翻译的第几章？

王元：我记不起来了，第一、第二章肯定是我翻的，可能就翻到第二章。里面有一些数理逻辑，过去数理逻辑没有人讲，国内所有的书起点都很低。

蒋：为什么选哈佛大学的教材呢？

王元：丘成桐先生介绍的，我们看了看觉得还不错，国内没有同类型的书，供大家参考一下，所以我们就翻译出来了。我感觉，我们国家搞了这么多年运动，高等学校的教材已经极端地落后了，都是些 50 多年前的东西了。现代的东西对于老师是很重要的，他们应该知道现在的教材。所以胥鸣伟做了很大的贡献，他翻译了苏联的教材，苏联的教材已经跟我们那个时候学的都是两回事了。我觉得现在高等教育最重要的事情之一就是引进教材，不要自己编，也不要一天到晚胡思乱想，先要弄清楚国际上在搞什么。引进就是拿来主义，把人家的好东西拿过来，这是最理想的，所以我们翻译了一些。其实我自己真正亲自翻译的就这么一点，另外还有一本是从德文翻译过来的。

蒋：从德文翻译过来的？

王元：有英译本，我是参照着德文原著，从英文本翻译过来的。

蒋：是什么书？

王元：赫克的《代数数论》。

蒋：这个可以做高等数学的教材？在大学讲过吗？



杨振宁给王元颁奖（2000年代）

王元：可以做。在浙大讲过一遍，在科学院也讲过一遍，给研究生讲，讲浅一点的东西。

蒋：这些教材跟教学有什么样的关系？

王元：中国现在的高等数学要改革，不是一天到晚开会空谈，而是要把教材改一改，怎么改呢？最好的办法是拿来主义，把他们的东西拿来。因为我们太落后了，老师先学会，再教给学生就好了。不需要讨论，一天到晚讨论出不了成绩，没有时间空谈。

蒋：我们现在教材是比较落后啊。

王元：很多教材都是50年、60年以前的，上个世纪50年代从苏联引进来的东西。现在基本上我们每个学校写一本微积分，都是抄的，大同小异，而且内容都很过时。当然现在有很多新的东西，他不可能讲的，所以现在我们要引进一些新的教材。现在翻译了很多，高等学校的老师如果很努力的话，他们就有很多事情可以做，比如说教一点新的教材，就学会了很多新的知识，这不是很好嘛。

蒋：但是这个东西得有人翻译过来。

王元：已经翻译了这么大一堆了，我这一柜子都是。

蒋：啊，《高等数学翻译丛书》。

王元：他们研究好了，还有一系列。

蒋：它的推广性怎么样？

王元：跟过去的都不一样。

蒋：没有在高校比较广泛地推广开来吧。

王元：出版了，可以自己去买，自己去讲啊。

蒋：对，老师可以决定教材。

王元：我们对教育改革也做了一些工作，只是不愿意空谈就是了，翻译教材就是实实在在的贡献，空谈有什么意思。现在一天到晚就是空谈应当怎么改，改来改去不就是原来那点东西嘛。你知道现在变化太大了，跟过去完全不一样了。讲有用的，没有用的东西先不讲。写书的人就是苏联科学院院士、美国科学院外籍院士，以他们为首的编辑，高屋建瓴。像多复变函数论，过去没有这门课的，现在书都有了，大学里都要讲的。

蒋：您知道您与胥鸣伟翻译的这本书有没有在高校用呢？

王元：听说首师大讲过。肯定还有别的学校，它的销路不会太坏。如果这个工作停滞不前，停留在原来的教材基础上，那就很惨了，再过几年就更不好改了。科研人员的研究方向老是



王元获香港浸会大学荣誉博士，右一为周光召（1990年代）

不变，推动力就很小。这本书其实是我们一系列的翻译当中的一本，而我只参与了这一本高校教材。过去我们所有的书起点都比较低，现在这个时代永远起点低也不行，起码你要把起点高的介绍一些过来，让大家比较比较。

蒋：可以分出不同的层次。

王元：对。数学严格性也是不同的时期有不同的要求，所以现在把这个融进来的话，数学的严格性跟过去相比可能更高。这是一个比较，不见得非要大家都来用这本书，但是大家可以来参考参考，除了你那个讲法外还有别的讲法。像我们学解析数论的人，这些东西都不大懂，你看一看，翻译翻译，也就知道了。

蒋：翻译这书难不难？

王元：不难。我只译了十二万字，现在老了不做研究了，这些事还是要做一做，不做事的话就只能等死了。现在引进教材是我关注的一项事情，至少对于干这件事情的人，我还是要给

他们鼓励，尽量地打打气，因为干这些事情也是挺麻烦的。

蒋：对，比如说翻译这些教材，对于评职称什么的没有帮助吧？

王元：对，而且对经济收入也没有多少帮助。

蒋：那么，花这个时间…

王元：就算休息休息吧。当然这也是一种服务，一种奉献，所以我要给大家鼓鼓气。可能若干年以后来看这个工作，确实是真正干了一点事情。

蒋：至少留下了书了。

王元：对，留下了书了，而且很多的青年人可以从这些书上成长起来。现在不改怎么得了。我看现代几何学跟我们过去学的都不一样，现在几何如果离开了物理的话，还谈什么几何。过去几何是几何，物理是物理，两者之间没有什么关系。这个教材将几何和物理联在一起，对我们来讲也是再学习的过程。现在要翻译出来很多好书，如果连这个事情都不做，大家都去空谈，这样下去怎么行。

蒋：总是得有人做事情。

王元：我要是一天到晚反对空谈，可能弄不好上面对我意见一大堆，也说不清。

蒋：现在在您这个年龄，是不惧也不惑，会不会有这样感觉？

王元：主要是不惧了，因为都活到八十了，就是死掉了也就这么回事了。

蒋：在咱们国家，不知道为什么，好像在年轻的时候，反而是惧，因为惧，缩住了手脚，该



王元在华罗庚中学（1986年）

做的事情没有去做，该说的话没有去说，到了老了不惧的时候，时间也就有限了。

王元：时间没有了。

蒋：一个人可能也有一个人的命。

王元：这就是命运决定的。

蒋：您相信这个吗？

王元：当然，这个事情当然是有关系的。

蒋：您觉得您这一生的命好不好？

王元：应该说是不错的。



王元在母校浙江大学（2000年代）

蒋：为什么？有哪几次重要的转折？

王元：在浙大的经历当然是不错的，到了毕业以后，因为我做研究运气比较好，文章都做出来了。要是一上来就碰一个钉子，哥德巴赫问题做不出来的话，那么下面的信心就没有了，所以第一炮打中了之后，我心里就比较有底了。

蒋：元老，从招收第一批研究生到现在，在您的教学中最主要的原则是什么？您能不能谈谈您的学生们？

王元：我最早的研究生应该是陆洪文、谢盛刚。

蒋：那是哪一年？

王元：很早，是文化大革命以前的事了，大概是1962年或者1963年吧。

蒋：您那个时候多大？

王元：大概也就三十一、二岁。本来陆洪文是华罗庚先生的研究生，当时华先生忙得没有时间带学生，所以我实际上就是主动帮忙。给了他一个题目，他做了这个题目以后，自己就上路了，会找题目，会做了，后来就成了比较好的数学家。谢盛刚是分到数论组来的，就属我管了。再下面就是冯克勤他们那一班。1958年我教基础课，但没有指导过他们。后来他们那一班的人，没有人搞数论，他们是搞了专门化，微分方程专门化，计算数学专门化这些东西，但没有数论专门化。下一班就有数论专门化。

蒋：也是中科大的？

王元：是的，属于冯克勤他们那一班，算是正式的，他们的专门化是由我来教。我和吴方联合起来教。

蒋：那还是本科的时候。

王元：是本科。因为那个时候是五年毕业，到了第四年、第五年，也就等于研究生一样，做毕业论文这些事情。我觉得我教学生，跟现在很多老师一个很大的不同，就是我比较发挥他们的自由度，他们有一个自由活动的天地，我只是指点他一点，并不会花太多时间。我指点这一点，他如果没有办法的话，那他将来无法成才，我不可能永远当他的保姆。这样的学生很多，像指导陆洪文本来是帮帮忙，因为华老没有时间管他。他没有办法了，研究工作总要有个起步，后来我给了他一个小题目，他做出来了，就有了信心，以后就会自己走了。谢盛刚也差不多是这个情况。冯克勤他们那一班是我第一次真正地指导学生。那个时候，我跟吴方给他们开了一门《数论导引》。

蒋：那是哪一年？

王元：可能是1960年。实际上开这门课也是提高我自己，因为我那个时候觉得丢番图分析有发展前途，而且它跟我当时的研究工作就是和数值积分有关系，专门教这个东西，就是把书上和这个有关的东西挑出来教。他们后来就分了，一部分学代数，一部分学数论，因为那

是数论代数专门化。

当时班上学得最好的一个是冯克勤，另一个是裴定一。后来冯克勤分到我们这个专业来了，裴定一分到另外一个专业去了。现在看来也是他们两个搞得好，冯克勤我是真的希望把他培养成一个将来能够接替我们工作的人，因为华老比我大 20 岁，我比他大 10 岁，正好成了一个梯队。我给他的毕业论文，我自己一点把握也没有，而且从来没有搞过那个东西，只是觉得有点可能性，希望他把华林问题的结果，推广到代数数域上去。我从来没搞过代数数域，只是搞数值积分的时候，用到一点代数数域，代数数域上的这个数论我并没搞，但是我觉得他能力很强，他可以搞。

后来他搞出来了，当时写的是不是对，清不清楚这个我不知道，他反正把结果都搞出来了。因为普通的数论里面，华林问题已经得到改进了，所以把它推广到代数数域上确实是有意义的。他搞出来之后，就赶上“文化大革命”了，他的文章没发表，后来发现一个日本人做了与他同样的问题，而且发表了。最近华林问题又得到改进，后来一个西方人把它改进了，就是我那次上课的时候，给大家看的那份材料。那个人拿了那个东西，得到了普林斯顿高等研究院的资助，让他去做研究工作。实际上当时冯克勤再花半年时间把那个文章写得好一点，他又年轻，普林斯顿高等研究院也是有可能接受他去访问的，比如说一年、两年，所以当时这些学生错过了好的机会。

裴定一是搞代数的，其实代数是华罗庚先生比较弱的一项，华罗庚先生搞很多东西，代数相比起来是弱一点。裴定一后来又对数论感兴趣，改革开放以后，我们国家派人到美国去进修，他是其中一个。我就说你不要搞解析数论了，你去搞模形式。因为我那个时候很早就出国了，1979 年，十一届三中全会开完了三、四个月，就派我一个人出国了。我去欧洲跑了一趟以后，发现中国的解析数论已经过时了，他们搞的都是模形式，我们现在搞的还是古老的 Riemann Zeta 函数，那完全不对头。所以我就告诉裴定一到美国去的话，用几年时间去搞模形式。他进展得很快，他老师当然是大家，Shimura，刚开始去的时候觉得裴定一好像什么也不行，什么也不懂。可是一年以后，发现这个人简直很厉害了，后来就给了他一个题目。那个题目是说，有一个级数，被加项的方次如果是 k 次方， k 大于等于二分之五，这个级数是绝对收敛的，那就没有问题，能找出基底。 k 等于二分之一时，Serre 这些人也已经把它的基底找出来。 k



王元 80 岁生日小聚，北京伏尔加餐厅（2010 年）

等于二分之三的情形是不知道的，但裴定一做出来了，所以 Shimura 老师对他很夸赞，认为不错。这是我当时在科大教的学生中我印象最深的两位。

蒋：裴定一现在还在您身边吗？

王元：他原来一直在应用数学所，后来又到了研究生院，现在到广州去了。后来我就跟他和冯克勤讲，你们给耽误了十年，再来搞数论已经不合适了，你做不出太大的东西，最好是去搞应用。他们后来对密码问题也很感兴趣。

现在裴定一是中国密码学会的主席，整个中国密码学会的总司令。冯克勤也很好，他在科大当了副校长，现在到清华去当了系主任，他搞得也不错。这是一些比较成功的，后来还招了一些研究生。有时给他们一个小题目，相当于是个习题了，有的有把握，有的没有把握。另外，就是我自己有一点数，可能做出来，但我还没有完全做出来，像这种题目的话，就稍微难一点。再难一点是什么呢？就是我根本不懂了，就让他自己搞了，这个也有。我告诉你，凡是我完全不懂的，让他自己去搞，他要搞成了的话，他就成了一个人才了。如果我没有什么把



80 岁生日小聚，欧阳中石题词：信步及米，相期以茶（2010 年）

握的问题，让他去做，做好了也不错，基本上可以达到国际好杂志的发表水平。如果我自己已经基本上做出来，就是缺少这个时间把它写出来，交给学生去做。做出来了也是无聊得很，这个没有太大的意思。

我现在讲一个最好的学生，叫张寿武。这个人我跟他的接触不算太多，但是每次记者访问他，他总是感谢我，每次做报告也提到我对他一点一滴的帮助，讲了很多。事实上我对他没有什么帮助，即使是有帮助的话，也是非常宽泛的。张寿武入学以后，他听了我的一个演讲。那时我经常到外国去访问，回来总是要做一次报告，把外国的情况和了解到的东西，给大家讲。那次我做了一个报告，就讲了 Faltings 的工作，它可以推出来 Fermat 大定理顶多有有限个解。对于这样重要的定理，我说我根本看不懂证明。

蒋：这是哪一年？

王元：那很早了，可能是八几年。后来张寿武就暗暗地发誓，如果他能够出国的话，他要出国去，

不能够出国的话，在中国他要好好干，我看不懂的话，他要想办法把它看懂。当然他没有说出来，当时心里是这样想的，我想这很好。张寿武有自己的想法，他知道要搞什么东西，他当时在看 Andre Weil 的《数论基础》。我就跟他讲，你搞这个东西很好，但是有风险，如果你搞失败了的话，我没法负责任，但是我可以给你充分的资料，国内的很多活动你可以不参加。当时我知道他的能力很强，这么强的人自己搞就行了。后来他硕士答辩，没有文章，怎么办？当时我是答辩委员会的委员，因为我是他的老师不能当主席。大家听他答辩，他就讲了一通，听众也没有听得懂，他搞的东西当时国内没人搞，也没人听得懂。大家说到底这个分怎么打，我们也不懂，我说不懂才好，你都懂了，他不就没本事了。

蒋：后来他有没有写一篇硕士论文出来？

王元：写了，但是人家看不懂他那个方向，当时国内没人搞算术代数几何。后来我说，他这种人应该送他一个硕士，你们看不懂，我也看不懂，看不懂才好，看不懂说明他有能耐，就给他一个硕士吧。我说你干脆出国去，在国内不好搞，没有人可以跟你讨论。

后来他就出国了，一出国马上就变得非常厉害，他的博士论文非常突出。那个 Faltings 是得了菲尔兹奖的，听他说，张寿武的文章是该领域近十年来最好的博士论文之一，所以他的文章一下子就在 *Ann. Math.* 上发表了，这是世界上最好的一个数学杂志。而且有几个顶尖的数论学家还跟着他去发展他的工作。张寿武后来找我聊天，我说你碰到我这个导师可能是一个运气，你要碰到另外一个导师，也许他天天跟你吵架，你也受不了，工作就没办法搞。因为以前中国的有些导师一个要命的事情就是你非得跟着他搞，你跨出去了，不跟着他搞的话，他就非常不愿意。我可以允许你不跟着我搞，搞什么都行，他现在当然非常成才了。

其他的学生我多数给了一定的帮助，给他一两个提示，让他自己去考虑。有的学生做出来了，还不错，以后他就慢慢地会走了，不用再去管了。

实际上裴定一、冯克勤我都没有真正指导过，都是自己找问题，自己干。张寿武我根本就没管过，自己找路自己走。那些管了的，给了题目，他按照我的题目去做的，那就不要谈了，

这个太简单。还有学生也管得很少，刚开始少管一点，以后自己成才的也有好几个，我不能一一地讲他们的故事了。就是管一点点，以后自己做，慢慢成为一个数学家的还是比较多的。从我这个地方出去的人还是比较多的。

蒋：您培养了很多有名的数学家啊。

王元：从这个意义上讲是这样的。就是帮一步，然后他自己可以走下去了，这个人就行了。或者一步也不帮，自己走出了路，那就是张寿武。他从我这里得到一些搞数学的观点而已。如果帮了一步，他还不会走，那就免谈了，以后他也不可能成为数学家了。像我跟华老，他没有给我具体研究题目，是我自己走走，也就走出来了。

蒋：你这个方法是跟华老学的吗？

王元：对，可以这么说。有的学生是从他那儿拿到题目的，他给你一个题目，如果以后你自己不会走路的话，他绝对不会再给第二个题目的。绝大部分的学生他是不给题目做的，顶多告诉你有这个可能，请你去考虑考虑，很具体的是没有的。顶多给你一个方向，那就非常好了，其他都要靠自己。

现在有的指导研究生的方式我非常不赞成，完全是一个保姆，像带幼儿园的小孩子，这不行。你带出来的话，永远是一个小孩，那是不会成为大人的。你顶多给他一个题目，他如果能够把这个题目做出来了，他自己知道，往后自己找题目，自己找文献，自己往前走，他就成才了。不然的话他没办法，不是所有的人都能培养成为数学家的，应该知道这一点，培养不成那也没办法。

蒋：您培养这么多著名的数学家，您心里高兴不高兴？我知道老师工作的一个很重要的方面就是培养学生。

王元：当然很高兴，而且我尤其希望他们能够青出于蓝胜于蓝。几种类型都给你讲了，还有

100080

北京市海淀区中关村中国科学院数学研究所

王元院士：

您元月10日信及您托秦文亮同志转赠著作

《华罗庚》新收到，我非常感谢！

我也很衷心祝贺您被授予“何乐何利”奖！

我也要对您于元月10日在人大礼堂授奖会上

是王老云同志转达的对我的关怀表示谢意！

您的书我一定好好读！

您信中说关于写我的传记的话，我也十分感谢！但我认为已有我的传记，即是王老云等几位同志写的，有1万多字。够了。

此致

敬礼！

钱学森
1995.1.17

钱学森写给王元的信

高，这里有一个自我的要求。我在改革开放以后，讲了很多次课。最早是在研究生院，讲一门《数学概论》，有很多人讲，其中数论部分是我讲的，一共四、五次。后来又开过几门课，其中一门是《公钥密码》。《公钥密码》很重要，但是国内没有人搞，后来我就读了一本书，是万大庆的老师写的，看完这个我就讲了一点。那时有兴趣的人都来听，大概讲了两三个月。另外一次是自守函数和模形式。代数数论讲过两遍，到浙大讲了一遍，给这边的研究生讲了一遍。然后就是这一次。还有一次是徐飞他们的讨论班，系列地讲了讲代数解析数论。讲这些课的目的，一方面就是宣传这个东西，一方面也是提高自己。

蒋：听课的学生也都很有收获。

一种类型，就是给了一个题目以后，基本上自己不会找，自己不会往下做的也有，但那是极少数。大部分人给了他一个题目，都会自己再找题目做的。

蒋：大部分是属于中间状态的？

王元：对。你说的我培养了很多好学生都是这个状态，给了一个题目自己就会走。所以不要迷信外国，很多国外回来的，还未必有我这些学生好呢。

蒋：今年，您在八十岁高龄时重登讲台，我想对于青年数学家来说，精神意义要大于知识意义。

王元：可以讲讲感想。因为我现在弄懂这个东西，对我自己来讲也是个提

數學文化雜誌創刊志慶
算海泛舟
穿梭今古
己丑 王元



王元给《数学文化》题词

王元：对，这两次讨论班都有成果，学生就出来了。我不赞成现在跟学生一天到晚联系，这是最坏的办法，应该怎样呢？一旦学生开始做东西以后，就要想办法继续做，而且要一步步提高，这是一个正确的搞数学的方法。如果一天到晚念书的话，肯定越念越糊涂，念到后来成了个傻子，因此一定要找问题来做。所以学生动起来，就是个好事儿。另一方面，也不能够像母鸡下鸡蛋一样，一天下一个，天天写无聊的文章，那也不行。如果开始写了以后，要不停地提高，不能老停留在同一个水平上。

蒋：我知道您这次上课之前，还动过一次大的心脏手术。

王元：对，这次手术，本来我觉得有可能回不来了，这是完全有可能的。医生跟我说得很清楚，你这个手术不动的话，就只有不到半年就完了，为什么呢？因为你心衰，不停地心衰，救不过来。动手术后还有好的可能性。我说那就动吧，有什么办法。动完之后，恢复得很快，不到一年时间基本上我可以上班了。数学当然是搞一点，然后搞一点书法。

蒋：我觉得您站在讲台上，对坐在下面的青年数学家们来说意义非常大。

王元：知识是不多的，因为那篇文章他们自己看的话，肯定也看得懂。可能对他们是一个精神的鼓舞。因为毕竟我是动了五次手术，这是最大的一次手术，动这次手术以前动了四次手术。你知道动手术对一个人是很伤的。他把你身体一块东西切掉了，这个很要命的事情。尤其最后一次，把七根肋骨都打断了，然后才能把心脏拿出来，做完了再装回去，是这样的事情。

蒋：您休养了多长时间？是哪一年动的？

王元：就是 2007 年。差不多六七个礼拜以后，我就可以在家附近走走。

蒋：真不错。

王元：差不多半年以后就往所里走。数学是没法搞了，现在要我写一篇论文都还是很难的。倒也写了一篇文章，住院那时候有一点想法，我是没有详细算。后来我把文章拿给贾朝华看看，问他看不看得懂，他说基本上看得懂，我说那就可以发表了。

蒋：发表在哪个杂志上？

王元：英文还没有发，只有中文发表了，在《中国科学》。本来也可能到外国去发表，因为我的初稿叫方开泰带到法国去报告了一下，他们还挺感兴趣，说要把它编成程序。那是一篇统计文章，我与方开泰合作的。将来如果有适当的机会，我还是可以做研究的。

蒋：看着您站在讲台上，我作为一个无知的听众，虽然完全听不懂，但是觉得特别感动，会很容易受到您的笑容的影响和感染。

王元：反正人活着的话，总是要干点事情，所以我出了医院之后，还写了几篇回忆文章这样的东西。

蒋：我听贾朝华老师说您有一本散文集要出版，是吗？

王元：是有一本散文集要出版。还是要工作，一个人不工作哪能行，除非身体动不了，真的是要死了。否则我能动的话，我总还是想办法做点事。昨天钱学森的秘书打了个电话给我，说是要纪念钱学森，开一个座谈会要我参加，正好我可以写一篇文章，怀念钱学森。

蒋：您跟他有交往？

王元：我跟他有交往。他给我写过大概有十封信左右。他这个人不跟人家多谈话的，有事情找你谈的话，就写封信。他从来不搞通常的社交活动。这个你要尊重他，不尊重他不行。我们刚才都是谈我跟学生的关系，还没有谈到跟上一辈的关系，上一辈不少人都跟我有密切的关系。

蒋：我真的很想听您谈一谈。

王元：钱学森跟一些数学家，比如跟我是比较熟悉的。因为他能够给我写十封信，不算少了，国防科委知道这层关系，所以叫我去开座谈会，这几天在准备发言稿。这些人都跟我有过交往，比跟学生的关系更密切。这很奇怪，完全是个缘分，换个人不见得有这样的事情。

蒋：那是跟您的个性有关系吗？

王元：有关系，主要是我很尊重这些人。

蒋：为什么呢？

王元：要按照他们的习惯跟他们相处。比如说钱学森从来就不喜欢跟人家聊天，你非得找个时间跟他聊天，那就错了。他不希望跟人家聊天，那就不聊，按他的习惯，有事情找他写信解决，你一定要按照他的习惯。

跟这些大科学家来往的一个大的诀窍，就是你要尊重他的习惯，你要先摸透他的脾气，看出来他是怎么样的人。比如说他不喜欢社交，你非要到他家里去拜访他一下，这个事情绝对不

能做的。他不欢迎的地方你赶快走开,他欢迎的地方你来,所以这样就可以比较好地交往下去,并且可以得到你要得到的智慧。

蒋 : 是的。

王元 : 我去找华老,见到他时,拿一张纸给你,跟你这张纸一样,一、二、三、四、五,一条一条谈,谈完了就回家,这个最简单了。他是不聊天的,因为这些科学家都不爱聊天,你不能老找他聊,因为他要省出时间来做研究。

蒋 : 听您谈了这么多,感觉很受益。我整理出来后,再请您过目。

王元 : 好的。

我们的谈话在万大庆教授的敲门声中结束。当天有万大庆教授的演讲,出门之前,元老特意从抽屉中找出一个本子,用来记笔记。他反复说,“万大庆现在做得很不错,他也非常用功,我们能从他那儿学到很多东西。”

作者简介: 蒋文燕,系北京外国语大学中文学院教师。

此文源自《数学文化》2011年第2期。感谢 Global Science Press 允许本通讯转载。