

一个有诗人灵魂的女数学家

“没有诗人的灵魂就不可能成为数学家”

——索菲娅·柯瓦列夫斯卡娅

陈关荣

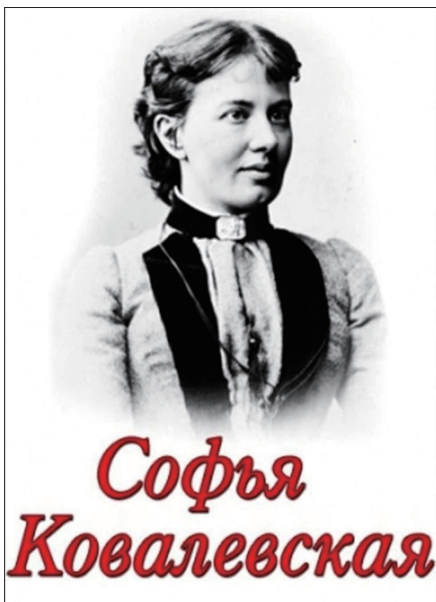
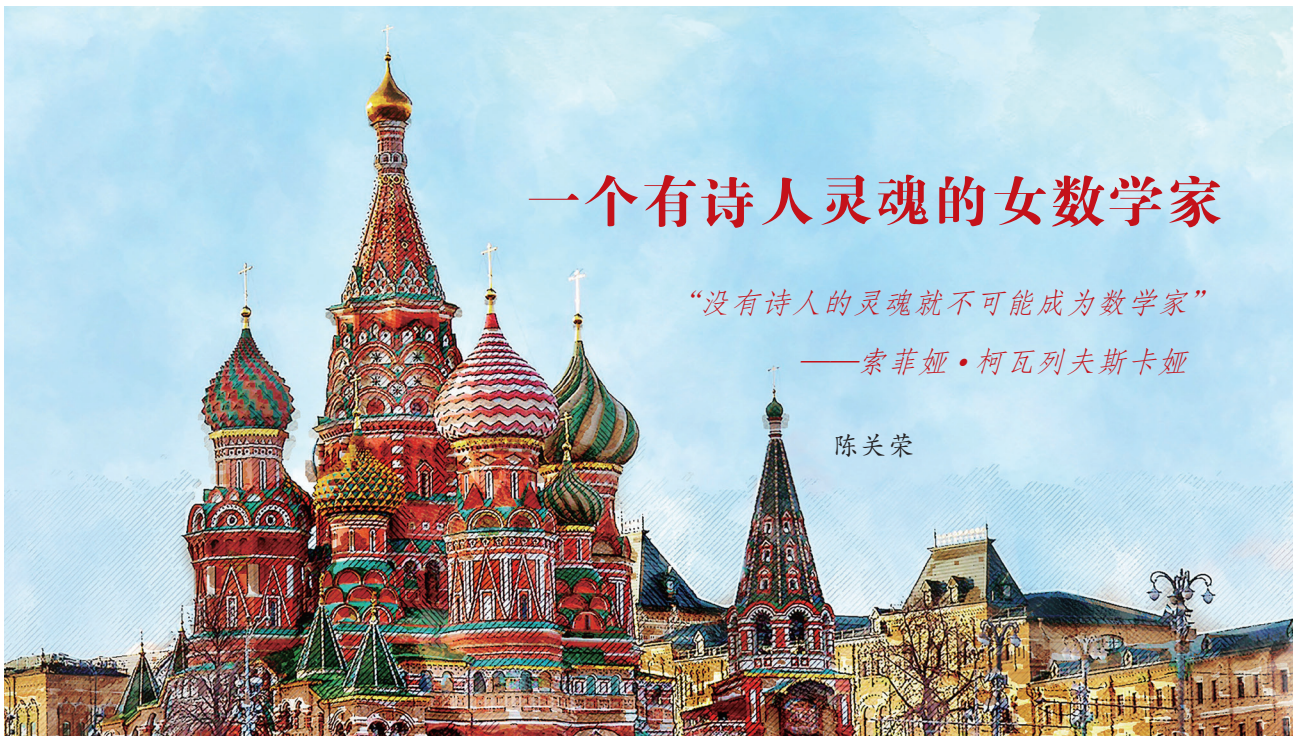


图1. 索菲娅·柯瓦列夫斯卡娅（1850年1月15日-1891年2月10日）和她的签名

索菲娅·瓦西列夫娜·柯瓦列夫斯卡娅（Sofya Vasilyevna Kovalevskaya）是世界历史上第一个女数学博士、第一个女数学院士。

一. 童年：“新的毕达哥拉斯”

1850年1月15日，索菲娅出生于俄罗斯莫斯科。她的父亲瓦西里·科尔文-克鲁科夫斯基（Vasily V. Korvin-Krukovsky）当年是俄国陆军的一位中将，任职莫斯科炮兵指挥官。她的母亲叶利扎维塔·舒伯特（Yelizaveta F. Schubert）出生于德国裔的贵族家庭，其祖父一家于1785年从德国移民到了俄国。菲娅的外曾祖父西奥多·冯·舒伯特（Friedrich T. von Schubert）是俄国著名天文学家、俄罗斯科学院院士；外祖父曾任军事地形部门负责人、俄罗斯科学院荣誉院士、彼得大帝人类学与民族学博物馆馆长。

在家里，索菲娅有一个比她年长7岁的姐姐阿纽塔（Anyuta）和一个年轻5岁的弟弟费奥多尔（Fyodor）。1858年她8岁时，父亲退休，全家移居到帕利比诺（Palibino）的家族庄园。

少年时期的索菲娅受姐姐阿纽塔影响最大。她对姐姐非常崇拜，因为姐姐懂得很多，关心社会，并且乐意和她谈心。阿纽塔长大后成为政治激进分子，那是后话。

索菲娅的父亲先后请了几个家庭教师辅导她的英语、法语、德



图 2. 青少年时代的索菲娅

语和初等数学。教她初等代数和几何的老师是波兰人马列维奇 (Yosif I. Malevich)，他惊奇地发现这女孩对数学特别着迷。原来她对数学的兴趣是早年由她伯父彼得·克鲁科夫斯基 (Pyotr V. Krukovsky) 启发的。伯父爱好数学，给这位小侄女讲了许多有趣的数学故事，诸如化圆为方、可以不断趋近但又永远不能达到的渐近线，等等，让她对数学充满了好奇和幻想。

索菲娅父亲年轻时修读过皇家宫廷数学家、欧拉的学生奥斯特罗格拉德斯基 (Mikhail V. Ostrogradsky) 的微积分课程。后来装修庄园房子，父亲用当年的微积分教材纸页糊满了索菲娅房间的四壁作为装饰。索菲娅

11 岁那年，开始对墙纸发生了极大的兴趣，试图弄明白那些术语和符号到底表示什么。索菲娅后来回忆说：“我观察墙壁时，发现从伯父那里听来的内容都描述在上头。我激动万分，开始更用心地去看那些墙纸。虽然纸上留下泛黄的岁月痕迹，但我很喜欢观察纸上的神秘符号。即使没能破解那些符号，我相信那绝对带有某种有趣且充满智慧的含意。我常常在墙壁前站上好几个钟头，反复琢磨印刷在上面的内容。”

一天，邻居一位物理学家蒂尔托夫 (Nikolai N. Tyrtov) 教授给她父亲送来了一份礼物，是他自己写的一本物理教科书。索菲娅看见了就有兴趣去阅读。蒂尔托夫注意到，索菲娅在阅读“光学”章节时是完全不懂里面三角函数公式的涵义的，但她居然能够用自己的方式去正确地解释了正弦函数。蒂尔托夫很惊讶，夸奖她是“新的毕达哥拉斯”。

二. 求学的破冰之旅

在沙俄时代，政府不允许女子进入高等学府大门，数学天才索菲娅自然没有机会。

为了接受高等教育，索菲娅想到出国。可是，当年单身女子是领不到护照的。1868 年，18 岁的索菲娅私下约了好朋友弗拉基米尔·柯瓦列夫斯基 (Vladimir O. Kovalevsky)，两人以“结婚”的名义和方式离开了父母，来到了圣彼得堡。柯瓦列夫斯基进入了圣彼得堡大学古生物专业。政治观点上，他是个政治激进分子，后来翻译出版了达尔文的《进化论》。索菲娅则偷偷地跑到大学去听数学家斯特兰诺柳布斯基 (Aleksandr N. Strannoliubsky) 讲授微积分课程。这

位教授是蒂尔托夫的学生，是一位出色的数学教育家，出版过俄罗斯第一部代数教学法论著。他的微积分课程让索菲娅感叹：“数学为我开辟了一个新的奇妙世界。”

1869年，这对假夫妻离开了俄罗斯，经维也纳作短暂停留后来到了德国。柯瓦列夫斯基在耶拿大学注册修读生物和地理学，但没想到，德国比俄罗斯好不了多少，也不让女生注册为正式学员。经多番争取后海德堡大学允许索菲娅去旁听基础课。于是，索菲娅去旁听了冯·亥姆霍兹¹（Hermann von Helmholtz）、基希霍夫（Gustav R. Kirchhoff）和本生（Robert W. E. Bunsen）的物理和化学课程。让索菲娅特别入迷的是波依斯-雷蒙德（Paul Du Bois-Reymond）的数学课，特别是柯尼斯伯（Leo Königsberg）的“椭圆函数论”专题。柯尼斯伯是在柏林大学任教的著名数学家魏尔斯特拉斯的学生。

在海德堡大学三个学期之后，遵照柯尼斯伯的建议，索菲娅转到了柏林大学。可是，柏林大学更糟糕，甚至不允许女生旁听教授的讲课。四处碰壁，索菲娅感到很痛苦：“普鲁士首都是落后的，我的一切恳求和努力都落空了，我没有被批准进入柏林大学。”索菲娅无望，便直接登门求救于德高望重的大学者魏尔斯特拉斯。

在当年的传统观念和规章制度约束下，魏尔斯特拉斯也很为难，或者说他内心也不乐意去帮助这个素昧平生的俄国女子。魏尔斯特拉斯给她出了一些数

学难题作为考试，意在礼貌性地作出拒绝。没想到索菲娅出乎意料地交了完美的答卷，其独到的思维方法和解题技巧让教授惊奇。魏尔斯特拉斯后来回忆道：她所具有的“直觉能力，甚至在更为年长成熟的学生中也是罕见的”。

入学依然是不可能的，但魏尔斯特拉斯破天荒地答应每周两次为她单独讲授数学课。这一对一形式的师徒授课居然持续了四年。后来，索菲娅回忆在教授身边学习数学的这段往事时，非常感激地说：“这段学习经历对我整个学术生涯影响至深，它决定了我后来的研究方向。”魏尔斯特拉斯对这位特殊的学生也很欣赏，他在后来写给她的一封信中说：“我从来没有遇到像你这样对科学最高目标有



Weierstrass

图3. 魏尔斯特拉斯和他的签名

¹ 其生平可参见《数学文化》2022/第13卷第2期《科学巨匠亥姆霍兹》。

如此透彻理解的人，而且你能如此快乐地配合我的指示和规则。”这一段不寻常的师徒关系对两人来说都是十分愉快并且收获丰盈的。

1871年春，索菲娅听说姐姐阿纽塔和姐夫贾克拉德（Charles Victor Jaclard）到了法国参加巴黎公社革命运动，便从柏林到巴黎去看望姐姐。期间，索菲娅还到医院当志愿者护理巴黎公社伤员。六个星期之后，索菲娅折回柏林，继续她的数学学习和研究。同年5月，巴黎公社失败，贾克拉德被捕。索菲娅知道后便告知时为俄罗斯陆军中将的父亲。父亲并不赞成女儿的革命行动，但他还是到了巴黎，通过政府要员的帮助营救了贾克拉德。最后，这对年轻夫妇潜离巴黎，分别去了瑞士和伦敦。1874年，两人又返回了俄罗斯。

1874年，24岁的索菲娅以“关于偏微分方程的理论”“对拉普拉斯的土星环形状研究的评论和补充”和“论一类三阶阿贝尔积分化为椭圆积分”等三篇论文，在已晋升为柏林大学校长的魏尔斯特拉斯精心安排和极力推荐下，通过缺席答辩荣获哥廷根大学破格颁发的博士学位，成为历史上第一个女数学博士。魏尔斯特拉斯表示，索菲娅的每一篇论文都值一个博士学位。他在推荐书中写道：“在来自世界各地的学生中，目前没有任何一个能超过柯瓦列夫斯卡娅女士。”此外，学位委员会还收到了知名数学家波依斯-雷蒙德和拉撒路·福克斯（Lazarus Fuchs）写的强力推荐报告。

索菲娅的第一篇论文是关于偏微分方程一般理论的，证明了一类偏微分方程在适当初边值条件下存在唯一解析解。其实，法国数学家柯西在1842年已经对同样的问题给出了一个解答，只是当年魏尔斯特拉斯和索菲娅都不知道他的工作。尽管如此，厄米特（Charles Hermite）赞扬索菲娅的论文是“偏微分方程一般理论的第一个重要成果”，庞加莱评价说索菲娅“大大简化了柯西的证明方法，并给出了定理的最终形式”。从此，在偏微分方程领域里有了一条“柯西-柯瓦列夫斯卡娅定理”，后来还有了高阶方程组的相应结果。索菲娅还考察了热传导方程，发现了某些偏微分方程即使有“形式幂级数解”也没有解析解。

索菲娅的第二篇论文是关于刚体绕平衡点旋转这一经典力学问题的，包括了普通的摆、陀螺和回转仪为其特例。那时数学家们对于这类刚体运动的分析已有一百多年历史，但都没能解决这个貌似简单的一般情形的难题，把它称为“数学水妖”。欧拉、拉格朗日、勒让德、泊松和雅可比等著名数学家研究过其中两种经典情形。由于它在理论



图4. 索菲娅在圣彼得堡