

逝去的荣耀

剑桥“三足凳”数学荣誉考试（上）

刘 钝



在涉及 18-19 世纪英国科学与教育的读物中，经常会看到 Tripos 和 Wrangler 这两个单词。前者源自 tripod，指具有三个支撑点的桌、凳、鼎等物，后者则指争辩者；而在一两百年前的英国大学，特别是 19 世纪的剑桥大学，它们专指一种特别的数学荣誉考试及其“优胜者”。有人认为，19 世纪下半叶英国在数学物理方面的突飞猛进，在一定程度上与这种考试制度有关¹。其实何止数学物理，同时期英国在数理逻辑、代数、几何以及数学分析领域的伟大成就，很多都出自这一考试的“优胜者”。



有关背景

Tripos Exam 起源于 18 世纪初年，本来是英国某些大学考核人文教育成绩的一种手段，监考的教师 (Moderator) 会安排特定的一至数名对手 (Opponents) 提出刁钻的问题，考生 (Respondent) 则要用拉丁语应答。据说早期考生要坐在特制的三足凳上，故以“三足凳”名之²。但是不久“三足凳”考试就扩充到数学与自然科学学科，特别是在剑桥大学，考核的重点不再是学子们引经据典展开口头辩论的能力，而代之以书面形式的数学答卷。本文涉及的“三足凳”考试，一般指 19 世纪在剑桥大学风行的数学荣誉考试。

¹ Andrew Warwick, *Masters of Theory: Cambridge and the Rise of Mathematical Physics*, Chicago: University of Chicago Press, 2003.

² 还有一个说法：在 17 世纪的毕业典礼上，由一位早年的优等毕业生 (senior BA) 坐在三足凳上朗读诙谐的诗句，这些诗句就被称为 Tripos verses，而印在诗句背面的毕业生名单就被说成是 Tripos list。

导致剑桥本科生数学荣誉考试发生转变的人为因素有三个：一是巴贝奇（Charles Babbage）、皮考克（George Peacock）、赫歇耳（John F.W.Herschel）等人倡导的剑桥分析学派的兴起，二是惠威尔（William Whewell）推动的大学英语教育改革，三是阿尔伯特亲王（Prince Albert）出任大学校长期间的一些举措。三个因素之间亦不无关联。

英国是微积分的发源地之一，然而整个18世纪英国人都沉浸在牛顿的耀眼光环之中，而对欧洲大陆的数学进展表现出一种充耳不闻的倨傲态度；与此同时，数学中的伟大创造已经由欧陆国家的众多天才们完成了。1812年，剑桥大学几位年轻的大学生发起成立了分析学会，向固步自封的传统提出挑战，呼吁人们正视欧陆特别是德、法、瑞（士）等数学家在分析领域取得的巨大成就³。学会成员在1813年出版的论文集，标榜以“纯 d -主义原理对抗·（点）时代”（pure d -ism against dot-age），从符号到方法都沿用莱布尼茨体系。在追述历史的一篇文章中，他们宣称微积分“最先是由费马发现，而牛顿使其完美并给予解析表述，莱布尼茨则以强有力的普适符号极大地丰富了这门科学”。当时正逢“拿破仑战争”（1803-1815）时期，一般英国人视法国为仇敌，巴贝奇却以高价购得一本法国数学家拉克鲁阿（Sylvestre Lacroix）的标准微积分教科书，皮考克与赫歇耳很快将它翻译成英文，并于1816年出版⁴。

圣约翰学院的赫歇耳与三一学院的皮考克是同一届本科生，他们参加了1813年的“三足凳”考试并分获第一、第二名。那时候，“三足凳”考试的“优胜者”若干年后可能成为新一届考试的主考官，多年后皮考克已成为剑桥大学讲师，1817年由他负责“三足凳”考试的命题，利用这个机会推广莱布尼茨的符号，引起了守旧派人士的激烈反弹。1819年皮考克再度主持“三足凳”考试，在微积分试题中仍旧采用更便捷的欧陆符号。惠威尔是皮考克在三一学院的后辈，参加1816年“三足凳”考试同样获得第二名的优异成绩。1820年惠威尔继任主考官，在命题中沿袭皮考克使用莱布尼茨符号的做法，从此以后牛顿的流数记法不再出现在“三足凳”考试中。

惠威尔在数学上的贡献不算突出，但他是一个兴趣广泛的学者与高产作家，又有极好的人脉和社会活动能力，1841年被选为三一学院院长，任上支持剑桥大学的教学改革，使数学成为衡量本科生智力水平的最高标准，是强化“三足凳”考试的有力推手。有一段时间，三一学院在数学“三足凳”考试中不及格的本科生，即使其他考试通过了也不能获得学位。

阿尔伯特亲王是维多利亚女王的夫君，婚前是德国萨克森-科堡-哥达公国的王子，受过良好的教育，被人誉为“行走的百科全书”。由于“外国人”的身份，他不能在外交、军事等重大国务方面发展，因而一心一意辅佐女王，热心赞助支持科学、艺术、文化与教育事业。1847年，阿尔伯特在一场激烈

³ 斯特洛伊克著，关娴译，数学简史，北京，科学出版社，1956，148页。

⁴ 李文林，“剑桥分析学派”，《科学与技术辩证法》，1985年，第1期，34-46页。

竞争后当选为剑桥大学校长。利用这一职位，他成功地推动了剑桥大学课程的改革，特别是加强了数学与自然科学在本科教育中的比重，在其主持通过的改革方案中，将电学、磁学、热学、流体力学等内容增加到“三足凳”考试范围之内。阿尔伯特亲王 42 岁英年早逝，然而他对英国科学与教育的贡献至今为人乐道。

“三足凳”考试最为高光的日子，几乎就是维多利亚女王治下的时代（1837-1901）。1910 年以后这一活动逐渐式微，今日剑桥大学数学研究中心仍有“三足凳”考试⁵，但性质与重要性已不复当年光景。

考试的内容与方式

早期的“三足凳”考试是在大学评议厅（Senate House）举行的，从 1824 年开始，交由考试委员会决定，考试成绩居列前茅的几个老大学院相继承担有关业务并提供考场。考试通常在 5 月份举行，那是剑桥最好的季节，阳光明媚，遍地花香，学子们却要穿上笨重的学袍（gown）进入考场。图 1 是 1840 年左右在三一学院大厅内进行考试的场景：考场气氛紧张肃穆，身穿学袍的考生们坐在隔开的长桌两边，几个监考官在通道上来回巡视，回廊上有一些获得允许进入的观看者，似乎还残留了一点早年旁观考生口头辩论的遗风。



图 1. 1840 年左右在三一学院举行的“三足凳”考试现场

图片转引自（Warwick 2003, p.124）

“三足凳”考试的特点是难度大、题目多、时间长。以麦克斯韦参加过的 1854 年为例，试卷多达 16 张纸，共有 211 道题，前后要考 8 天，总计 44.5 小时。笔者无法找到麦克斯韦当年的试题，不过 19 世纪中后期的考试内容与形式大同小异，特别是基础数学方面，只是随着自然科学的进展一些新的科学内容不断被增加进来。

⁵ 参看 Guide to the Mathematical Tripos, Faculty of Mathematics, University of Cambridge, 链接 <http://www.maths.cam.ac.uk/undergrad/documentation/triposguide/text.pdf>

图 2 是 1874 年剑桥大学《学生指南》中有关“三足凳”考试内容的说明，整个考试历时 9 天，分为 I、II 两个阶段：前者为所有学位申请者必须；后者则针对那些特别对数学和物理有兴趣的学生。前三天为第一阶段（Stage I），考试内容包括欧几里得（几何学）、算术与初等代数、三角与圆锥曲线、基础静力学、基础动力学、牛顿《原理》卷 1 前三章、基础流体静力学、基础光学、基础天文学。第四天是第二阶段（Stage II）中相对容易的一些问题，余下的五天则分别考试不同的专业科目，具体来说：II.1 包括代数、微分方程、三角学（含球面三角）、静力学、流体静力学、方程论、质点动力学、解析几何（含立体）、刚体动力学、有限差分、光学、微分与积分运算、球面天文学；II.2 包括高等代数与方程理论、高等微分方程、高等有限差分、变分法、椭圆积分、概率论（包括观测值的组合）、高等解析几何；II.3 包括牛顿《原理》卷 1 第 4 和第 6 章、拉普拉斯系数法、引力、月球与行星运动理论、地球形状、高等动力学、岁差与章动；II.4 包括流体力学、弦与杆的震动、声学、弹性体连续运动理论、波与潮汐；II.5 包括傅里叶级数与傅里叶积分、热学、电学、磁学。

STAGE I SUBJECTS
 Euclid: arithmetical and the elementary parts of algebra, trigonometry and conic sections
 The elementary parts of statics; namely, the composition and resolution of forces acting in one plane at a point, the mechanical powers, and the properties of the centre of gravity
 The elementary parts of dynamics; namely, the doctrine of uniform and uniformly accelerated motion, of falling bodies, projectiles, collision, and cycloidal oscillations
 The first, second and third sections of Newton's *Principia*: the propositions to be proved in Newton's manner
 The elementary parts of hydrostatics; namely, the pressure of non-elastic fluids, specific gravities, floating bodies, the pressure of the air, and the construction and use of the more simple instruments and machines
 The elementary parts of optics; namely, the laws of reflection and refraction of rays at plane and spherical surfaces, not including aberrations; the eye; telescopes
 The elementary parts of astronomy; so far as they are necessary for the explanation of the more simple phenomena, without calculation

STAGE II SUBJECTS

FIRST DIVISION	
Algebra	Differential equations
Trigonometry: plane and spherical	Statics, hydrostatics
Theory of equations	Dynamics of a particle
Analytical geometry: plane and solid	Dynamics of rigid bodies
Finite differences	Optics
Differential and integral calculus	Spherical Astronomy
SECOND DIVISION	
Higher parts of algebra and of the theory of equations	Higher parts of differential equations
Higher parts of finite differences	Calculus of variations
Elliptic integrals	Theory of chances, including combination of observations
Higher parts of analytical geometry	
THIRD DIVISION	
Newton's <i>Principia</i> , book I, sections IX and XI.	Laplace's coefficients
Lunar and planetary theories	Attractions
Higher parts of dynamics	Figure of the earth
	Precession and nutation
FOURTH DIVISION	
Hydrodynamics	Vibrations of strings and bars
Theory of sound	Theory of elastic solids treated as continuous
Physical optics	
Waves and tides	
FIFTH DIVISION	
Expression of arbitrary functions by series of integrals involving sines and cosines	Heat
	Electricity
	Magnetism

图 2. 1874 年“三足凳”考试大纲。转引自（Warwick 2003, p.239）

后来两个阶段开始分开进行，学生可以仅选 Stage I 或两者都考。一般是在本科第四年的春夏季学期（Easter term）⁶ 进行，少数成绩优异的学生有资格在第二年就申请参加 Stage I 的考试，但是很少有人敢冒这个险。原因是许多内容远远超出一般低年级本科生的程度。以 1890 年左右 Part I 的考试内容为例，考生要在 5 月中旬的连续 4 天里做完 7 份卷子，包括纯几何，牛顿 I（欧

⁶ 剑桥大学每个学年分成三个学期：10 月初 - 12 月初为第一学期（Michaelmas term），1 月上旬 - 3 月中为第二学期（Lent term），4 月下旬 - 6 月中为第三学期（Easter term）。

几里得、圆锥曲线、《原理》卷1第1章)、代数和三角、解析几何、微积分运算、泰勒级数、极大值与极小值、曲线、曲面、静力学、动力学、牛顿 II-III (《原理》卷1第2-3章)、光学与天文学(不含球面三角)、流体力学、电学、热学。经过11天休息后,通过了 Stage I 的学生有资格参加6月初的 Stage II 考试,也是连续4天,试卷的名称很古怪,通常是“自然哲学”“纯粹数学”或“问题”之类,内容则包括方程论、傅里叶级数、变分法、一阶偏微分方程、椭圆函数、流体静力学、流体动力学、质点动力学、球面天文学。

今日看来,这种繁重的考试对青年学子是一种巨大的精神折磨,即使天纵英才也不会从中感到乐趣。麦克斯韦在参加“三足凳”考试的前两年(1852年11月)写过一首诙谐的小诗,虽然未必是指准备考试也不一定是讲他自己,从中可以看出当时学生们的压力。青年麦克斯韦的小诗译如下:

“夜深入寝,闻鸡而起,
笙歌犬马,弃若敝履。
训练不辍,犒赏无几,
我辈同人,深陷炼狱。
面如菜色,额现秃痕,
记忆错乱,思维混沌,
这般苦读,成效几分,
如此科目,人神共愤。”⁷

除了智力上的准备之外,考生们还需要有充沛的体力与饱满的精神应付挑战,为此剑桥的大多数本科生都从事长跑、登山、划船、板球、游泳或其他竞技类运动。



个人与学院的荣誉

考试的结果按照得分多少分成四个等级:通过第一等级的考生称为 Wranglers,也就是“优胜者”,其中头名称为 Senior Wrangler,第二名称为 Second Wrangler,第三名称为 Third Wrangler,是为三甲,借用中国古代科举考试的功名本文译作状元(SW)、榜眼(2W)和探花(3W);后面的“优胜者”依次排列,每一届考试中的“优胜者”大约在15名左右。第二等级称为 Senior Optimes,相当于“优等合格”。第三等级称为 Junior Optimes,相当于“合格”,

⁷ 原文是:

Late to bed and early rising,	Ever luxury despising,
Ever training, never "sizing",	I have suffered with the rest.
Yellow cheek and forehead ruddy,	Memory confused and muddy,
These are the effects of study	Of a subject of unblest.

转引自 L. Campbell and W. Garnett, *The Life of James Clerk Maxwell*, London: Macmillan and Co., 1882, 613 页. 按 ‘sizings’ 是 19 世纪剑桥学子的行话,特指学院餐厅中额外的加菜,这里译作“犒赏”。感谢付晓青博士润饰译诗。