

奥博沃尔法赫数学研究所全景



## 黑森林中的数学胜地

### 简记奥博沃尔法赫数学研究所之传统与文化

欧阳顺湘

我曾有幸在一些著名的数学研究所或中心短期学习。它们各具特色，总是我心中美好的记忆。德国波恩大学豪斯朵夫（Hausdorff）数学所隐于泊波斯多夫宫（Poppelsdorfer Schloss）前长长的草地边上一典雅的小楼，犹记行走在楼梯的木板上会咯吱作响。我造访过英国剑桥牛顿（Isaac

Newton）数学所，它和图书馆等许多崭新的小楼组成的建筑群（剑桥数学中心）座落在“乡村”中，袭人的漂亮。我也到过意大利 Cetraro 掩于海滨山腰的国际数学暑期中心，那里盛开着烂漫的红花，整山遍满着绿色的葡萄架；特别令人难忘的是中、晚餐要乘电梯下到深深的悬崖脚一临海小餐馆。而

我最近前往学习了一周的德国黑森林中的奥博沃尔法赫（Oberwolfach）数学所无疑是其中极具魅力的一个。这里不但是一个清秀可人的胜地，而且也许是所有青年数学家一生中都值得去拜访一次的“麦加”圣地。

我第一次听说奥博沃尔法赫数学所是两年前有同事邀我一起申请去那

里学习，但我因故未去；后来有老师也建议我们应该去看看，还特别提到那里的图书馆。我且简记我所粗略了解的奥博沃尔法赫数学所，与广大数学爱好者一起来感受这个数学所的传统与文化。

## 今昔

奥博沃尔法赫数学研究所位于德国西南部巴登-符腾堡州 (Baden-Württemberg) 黑森林中小山村 Oberwolfach-Walke 上的一山腰。黑森林是德国最大的森林山脉 (长约 200 千米, 宽约 60 千米), 山上森林密布, 远望黑压压一片, 因而得名。数学所德语名称为 Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, 缩写为 MFO。“Ober”在德语中有“上方、高处”的意思, 所以该数学所也被人称为上沃尔法赫数学研究所。习惯上人们常以地名“奥博沃尔法赫”称呼它。

二战中期, 德国为加强军事力量而创立了几个国家研究所。时任弗莱堡 (Freiburg) 大学校长、德国数学会主席的数学家威廉·聚斯 (Wilhelm Süss) 利用此机会于 1944 年创立了奥博沃尔法赫数学所。主要为了躲避可能的空袭, 聚斯选中黑森林中一个为打猎者服务而建的小旅馆 Lorenzenhof 作为数学所。历经发展, 数学所现在由三个主要建筑组成, 一为宿舍楼 (含咖啡厅), 一为图书馆和会议厅, 另一为较长期的研究人员的宿舍。

现在看来, 选择这样一个至今仍远离尘嚣的地方反而成为奥博沃尔法赫的一大特色。短期中和志同道合的同事独享这里的孤独, 该是很惬意的事情。而且数学所事实上并没有为纳粹服务, 却通过数学家的合作, 在战后为改善德国与其他国家破缺的关系提供了帮助。关于数学所的详细信息和历史, 可以参考其主页<sup>1</sup>以及文<sup>[1, 2]</sup>等资料。



Oberwolfach-Walke 小村

## 学术

奥博沃尔法赫数学所与其它很多数学所, 如德国波恩的马克斯·普朗克数学研究所 (Max-Planck-Institut für Mathematik) 不同的是它没有永久固定的研究人员 (除主任外)。奥博沃尔法赫只有少数短期研究人员及部分工作人员, 如“Research in Pairs” (RiP) 项目资助各学科二到四名来自不同地方的学者结伴在奥博沃尔法赫进行为期两周至三个月的合作研究。奥博沃尔法赫主要以会议的方式逐周接待访问学者。通常如果研究人员固定, 则研究兴趣也往往局限于某些方向。与奥博沃尔法赫数学所研究人员的流动相应的是它的研究兴趣的多样性: 不但涉及数学各学科, 也旁及和数学有交叉的诸如物理、生物、医学以及天文等领域。

从 1949 年到 1953 年奥博沃尔法赫每年仅组织三到五次会议。后来随着条件的改善, 特别是自 1969 年新建了客房后, 会议数逐渐增多。现在除圣诞和新年假期外, 每年 52

周中有 50 周在组织会议。迄今为止, 它已经组织了好几千次会议。奥博沃尔法赫的网页上列有它历年所组织的会议的详细信息。基于一些会议, 一系列有影响的论文集等著作也随之出版。

奥博沃尔法赫的住宿每周可以容纳 55-60 名访问者。其中除了最多有 10 名是参与 RiP 项目的研究员外, 其它人 (约 60% 是来自德国以外的地区) 都是受邀前来参加每周的会议的。

奥博沃尔法赫因人数的限制, 因此每周或组织一个共约 45 至 48 名专家参加的研讨会 (Workshop), 或三个平行的 16 人左右的迷你型研讨会 (Mini-workshop), 或两个约 24 人的讨论班 (Seminar)。此外, 每年春、秋两季 (一般分别在 4 月初和 10 月初) 各举行一次 45 人参与的“学习群” (德语 “Arbeitsgemeinschaft”, 英文 “Study Group”) 的会议。

<sup>1</sup> 主页为 <http://www.mfo.de>

## Wolfach 小镇

沃尔法赫的街道



沃尔法赫的小河



奥博沃尔法赫还有一个针对巴登-符腾堡州的中小学教师和图书馆员的培训周。同时，它还为准参加奥林匹克数学竞赛的学生进行为期一周的最后训练。

一般各领域的数学家可以向奥博沃尔法赫提前申请组织会议。对各会议感兴趣的数学家，除学习群的活动是向组织者申请外，都需直接向数学所主任申请。

研讨会给专家们提供机会报告自己研究的最新结果和新方法，并开启将来的研究计划。迷你型研讨会的主要目的是刺激新的研究：如联合研究力量对某问题进行攻关，或共同引领特别有趣的发展。为这样的目的，小型团队往往较合适，而年轻人作为新鲜血液也被强调给予机会来参与甚至组织这样的活动。

我所参加的是一个讨论班，类似于一个短课或暑期学校。两位组织者系统地介绍马氏过程遍历论以及他们在该领域取得的最新成果。他们同时还邀请了3位相关的专家来做报告。我们学习时间安排较紧，除周三下午外，每天安排有共5个多小时的报告，且下午开课前为自由讨论、答疑时间。

学习群的传统自上世纪50年代就开始了。其想法类似于布尔巴基讨论班 (Séminaire Bourbaki)，选定某论题，以讲课的方式来学习新近由其它数学家在该领域取得的结果。例如，2009年度春季学习群的主题是“最优运输”<sup>2</sup>。一般参与者向组织者申请加入，而第 $n+1$ 次的组织者及主题则由第 $n$ 届活动的人员投票推荐。

奥博沃尔法赫将它比作流水式热水器 (a continuous-flow water heater)。它将数学家邀请来，提供理想的条件，进行密集的研究活动以影响、刺激各研究领域的发展。对于年轻的博士生，这里是很好的新兵训练营。

<sup>2</sup>2010年菲尔兹奖获得者法国数学家 Villani 是这方面的专家，撰有一本990余页该方向的专著。

## 旅途

一般每周日下午各地与会人员乘穿行在山谷中的火车，先到达小镇 Hausach 或再前行抵达沃尔法赫 (Wolfach)。我是从比勒费尔德 (Bielefeld) 一路南行经过 6 个多小时的火车转乘先到沃尔法赫。沃尔法赫实在是一个小得可爱的小镇，有着一一条不长且整洁古朴的步行街；与此相垂的是一条山谷小河，民舍傍河而筑。这里通行的列车车厢不长，铁轨也是来往共用。未到奥博沃尔法赫，即可以预先感受到数学所的宁静。沃尔法赫距离数学所约 5 公里。到访者也可以乘一小时一趟的公交车到 Walke 站再步行上山或坐出租车。与会的人员一般在周六上午离开。我参加的讨论班的与会人员离开时，奥博沃尔法赫请出租车按各人的离开时间分批免费接送到火车站。据最新的通讯消息，从 2011 年起奥博沃尔法赫对所有来访者提供免费的出租车接送服务。

## 资助

奥博沃尔法赫提供免费食宿。我这次行程，因西门子基金对 2008 年夏到 2013 年夏期间奥博沃尔法赫讨论班的支持，还可以申请到 200 欧元以内的旅费资助。奥博沃尔法赫作为一个非盈利机构，也接受各种赞助。图书馆里挂有小纪念牌说明哪段时期何公司或基金提供了资助。有的国家的相关机构也有专项经费设在奥博沃尔法赫以资助其国家的数学家到这里进行研究和学学习，如美国国家自然科学基金（面向青年数学家）、日本数学会（青年数学家优先）。我看到美日的数学家能有这样的资助的说明时，自然想起有关陈省身先生的一个故事。陈先生把获得“邵逸夫科学奖”的 100 万美元奖金捐给了一些国家的数学所，附信说：“希望将来在中国数学家到贵所时能给以更多的照顾”（见演讲 [3]）。

## 住宿



住宿楼



住房

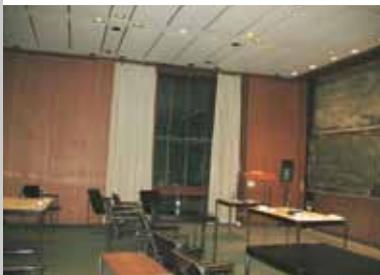


国际象棋

### 图书馆里外



外景



一个报告厅



楼梯



部分藏书

### 食宿

最早期的到访者的食宿相当简朴，须自带伙食，并且要亲自收集柴火。现在的奥博沃尔法赫仍有着家的气氛。住宿宽敞、简洁而舒适；红色的地毯垫出满屋的温暖。住宿楼层里还有巨型国际象棋摆在地面。一日三餐都在底层的咖啡厅。除早餐较固定外，午餐、晚餐的食物几乎每天每次都不雷同，可以尝到许多别具特色的食品。很感谢数学所为数不多的工作人员。

### 图书馆

图书馆一共两层，上层主要是报告厅，下层主要为图书收藏与研究、文娱场所。图书馆里面有黑板、书桌、复印机和计算机等设备；也有运动、娱乐场所和器材，如乒乓球室、台球桌以及置有钢琴、提琴等乐器的音乐室。

图书馆主要收藏数学相关的文献，其量之丰，去访问过的人无不称赞。据奥博沃尔法赫网页的介绍，按美国数学学会的评价，它的图书馆排名第十。它目前收藏有 45,000 多本书，27,000 多卷期刊，且订有 500 多种纸版期刊以及 3,000 种电子期刊。与其它图书馆开始更多地转向电子期刊订阅相比，奥博沃尔法赫订的纸版期刊是很多的。图书馆这样良好的基础设施，也极大地吸引着数学家们前往合作研究：不但无需携带所需资料前往，或许还可以找到以前较难寻获的文献。

图书馆的另一特色收藏是许多精心挑选的数学软件。在现代数学研究和教育中，数学软件所起的作用已经不亚于各种文献。该收藏的目的是建立一个永久的数学软件基地，使得软件的查找、使用和评价等更加有效。读者在其主页<sup>3</sup>可以浏览各分类介绍的软件。

### 图书馆内设施



讨论用黑板



乒乓球室



音乐室

图书馆的咖啡机免费使用。我在奥博沃尔法赫的留言簿上看到，此前有不少人留言建议添置咖啡机；正佐证了厄多斯 (Paul Erdős) 的名言“数学家是将咖啡转换成定理的机器”。其它饮料，如矿泉水、啤酒等只收很少的费用。

<sup>3</sup> 主页为 <http://orms.mfo.de>

## 咖啡厅、餐桌和座位



咖啡厅



咖啡厅



餐桌



餐中袋

## 交流

学科交叉与合作研究在现代数学的研究中越来越突出。虽然互联网的发展使得交流越来越容易，但数学家们还是很乐于面对面的交流，因为这样的交流所得有时可能比书斋中独自冥思苦想更有效。此外，数学家们从初次见面到相互认识、成为朋友也往往为将来的合作奠定基础。

我参加的那次会议有来自德、英、美、韩国以及俄罗斯、瑞典等国的；来自中国的一共有4人（都在欧洲学习）。宿舍没有电视、电话，也没有网线，而且咖啡厅的无线信号在房间中也很弱。其假设是与会者都在咖啡厅互相讨论，而不是留在各自房间里。咖啡厅晚上放有很多水果、面包等，都免费自用。下午正式会议之前为蛋糕、咖啡时间（这也是很多数学所的习惯，如 Hausdorff 数学所下午有休息时间，提供免费点心）。

一起就餐是很好的交流机会。很多西方大学的研究组都有一个很好的传统——相约一起前往午餐。奥博沃尔法赫就餐时的座位分配很能促进交流。除早餐按个人习惯或早或晚外，中餐、晚餐时间统一且座位是随机安排的。就餐时须找到带有自己名字标签内盛餐中的小布袋入座，其目的是尽量使不同的人有机会同桌共餐、互相了解。

## 远足

会议从周一到周五上下午一般都安排有报告，但周三下午是传统的远足活动。愿意一起远足的人，中饭后不久就要出发，凭借着一张简易地图，爬山、步行约两个多小时到达一个小餐馆。休息约一小时后，再步行回去。返回数学所时，灯火初上，已是晚餐时间。长途远足有益身心，还可以在一种更加开放的环境里互相交流。

## 周三下午的远足



林中穿行



餐馆小憩



林中穿行

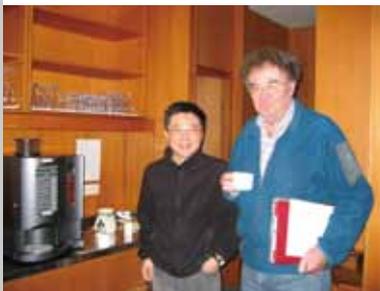


山顶风光

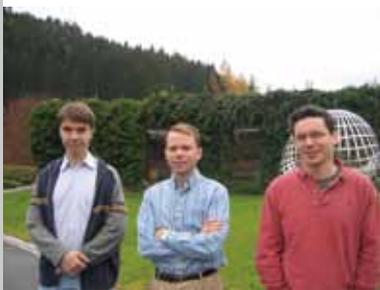
2010 年菲尔兹奖得主在研究所



林登施特劳斯（右）于 2008 年



吴宝珠（左）于 2008 年



斯米尔诺夫（左）于 2007 年



维拉尼（右）于 2002 年

### 年轻人

奥博沃尔法赫特别鼓励年轻人的申请。比如讨论班的主要参与者是年轻的博士生和博士后，并如前述还有旅费资助。目前奥博沃尔法赫各会议有特别的经费资助博士研究生。奥博沃尔法赫也提供短期的博士后职位给取得博士学位 5 年之内的博士，如“Oberwolfach Leibniz Fellows”。此外，针对年轻人还设有数学奖，著名的有奥博沃尔法赫奖，候选人的博士学位要求为 10 年之内取得的。因证明了朗兰兹纲领自守形式中的基本引理而获得 2010 年度菲尔兹奖的越南（/ 法国 / 美国）数学家吴宝珠（Ngo Bao Chau）即获得过 2007 年度的该奖。

### 开放的环境

奥博沃尔法赫所有住宿房间没有钥匙，离开房间不能也不用锁门。除了周六午后、周日午前这个数学所基本上没人的时间，图书馆、宿舍大门也都不锁。啤酒等部分收费饮料是各人自取，只在一纸上自行计数，离开前将钱放到一盒中结清即可。这样一种开放的环境，在这里是如此自然，不但是人与人之间相互的信任和尊重，也是促进彼此交流的催化剂。其实，与此类似，很多大学，不仅仅是数学系，许多人的钥匙是主钥匙，能开很多办公室的门。我们读下哈尔莫斯(Halmos)在他的数学传记《我想作数学家》中一段描述和评论（参考<sup>[4]</sup>，原著第 130 页，译著第 168-169 页）就足以理解这样的传统的高贵了：

“系秘书给了我一把钥匙，一把主钥匙！它可打开 Eckhart 大楼中所有的数学办公室。这是一个古老而高贵的传统，增进了系里同僚间的气氛。我们都是学者，家庭中的一员，我们尊重他人的隐私，但正如一个家庭，我们彼此不设防。每个人的图书都对别

人开放，如果我从图书馆借来一本杂志，你随时都可以来翻阅你要的文献。其它大学的访问学者可以在某人的办公室里躲上几个小时。主钥匙常被使用，但从未被滥用，这是一个很好的管理方法。”

### 数学家图库

奥博沃尔法赫维护着一个著名的图库<sup>4</sup>，主要是著名数学家及数学活动的照片。这个图库基于 Konrad Jacobs 教授捐的他所收藏的大量世界各地数学家的照片，也包含了 George M. Bergman 等教授拍摄的数学家图片。奥博沃尔法赫现在不但公开征集数学家或数学活动的图片，而且自 1998 年开始就利用数学家来访的机会为他们摄影存档：包括全体参会人员的集体照和组织者的个人照片。譬如，在 2010 年数学家大会获得菲尔兹奖的四位数学家林登施特劳斯（Elon Lindenstrauss）、吴宝珠（Ngo Bao Chau）、斯米尔诺夫（Stanislav Smirnov）、维拉尼（Cédric Villani）都曾在这里留下身影。

### 手写的历史

手写的东西总是比计算机敲出来的亲切。奥博沃尔法赫有着一些与手写有关的有趣的传统：

1. 著作签名：参会的数学家被邀请在其被图书馆所收藏的著作上签名；
2. 《摘要》与《问题》：咖啡厅里有两本厚厚的《奥博沃尔法赫摘要》（Oberwolfach Abstracts）、《奥博沃尔法赫问题》（Oberwolfach Problems）。前者记录每个会议的组织者手写的摘要及参会人员的签名；而后者包含有来来往往的数学家留下自己的问题，对前人的评论、问题做出的自己的注释和解答。即使在因特网已经使得这样的交流极其方便的情况下<sup>5</sup>，这样一本问

<sup>4</sup> 主页为 <http://owpdb.mfo.de>

题集的存在至今还是很有意思的。

3. 建议簿：咖啡厅入口旁的书桌上有一本供来访学者留言的小册子。读者可以留下反馈、评论以及建议等。我看到的那本大约是从1986年开始记录的，其中不乏对数学所的赞扬，对工作人员的感谢，也有很多有益的建议以及有意思的对话。意见簿本身也构成奥博沃尔法赫历史的一部分。

### Boy 曲面

图书馆和宿舍之间草地上的有一由2厘米宽的钢片编成的 Boy 曲面模型。这个曲面很受欢迎，如现在用谷歌搜索关键词“Boy Surface”可以得到约28,400,000个结果。Boy 曲面由德国数学家 Werner Boy 在他1901年的论文中作为实投影平面在三维空间中的浸入而首次构出。这原是 Boy 的导师希尔伯特留给他的作业（证明相反的结论）。

Boy 并不知道此曲面的视觉呈现效果。直到1978年 Bernard Morin 才借助于计算机的辅助得以找到该曲面



Boy 曲面

的第一个参数化表示。文<sup>[5]</sup>中介绍了许多曲面的参数表示及图形，其中包括 Boy 曲面，以及同为非定向曲面且同样有趣的克莱因瓶、莫比乌斯带的参数表示和图形。奥博沃尔法赫的这个模型建于1991年，具有三重旋转对称性且使得曲面的 Willmore 能量最小<sup>6</sup>。

### 漂亮的科普

奥博沃尔法赫数学所不但为数学家们的合作研究提供得天独厚的环境，也为普通大众走近数学而不遗余力。

从2000年开始德国每年确定一个主题，举办科学年活动以唤起公众，特别是年轻一代对科学的兴趣。2008年被定为德国数学年。奥博沃尔法赫为此策划了名为“IMAGINARY”<sup>7</sup>的流动数学与艺术展<sup>8</sup>。该展览以图片、互动和立体电影等形象直观的方式使公众能“看”到数学，并有许多数学家撰写的普及文章介绍数学背景（如<sup>[6]</sup>）。展览不但在德国各地展出过，还在加州伯克利、巴黎、维也纳和剑桥



柠檬

<sup>5</sup> 如在“Mathoverflow” (<http://mathoverflow.net>)，数学研究者可以讨论各自研究中碰到的问题；而在“Polymath” (<http://polymathprojects.org>)，数学家们则在积极进行大型合作。著名数学家如陶哲轩 (Terrence Tao) 等都积极参与这两个论坛。

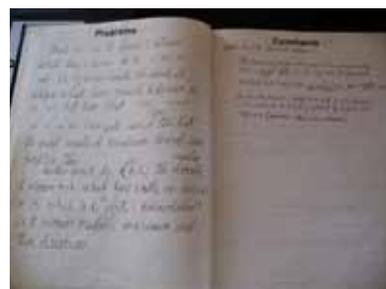
<sup>6</sup> 有趣的是，我在那周，另一个平行的讨论班主题即为 Willmore 泛函。

<sup>7</sup> 可以译为想象，或具双关含义的虚数。

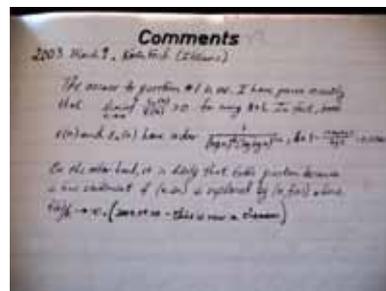
### 手写的历史



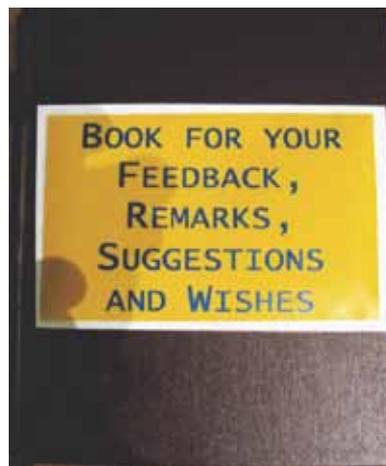
问题、摘要册



问题与评论

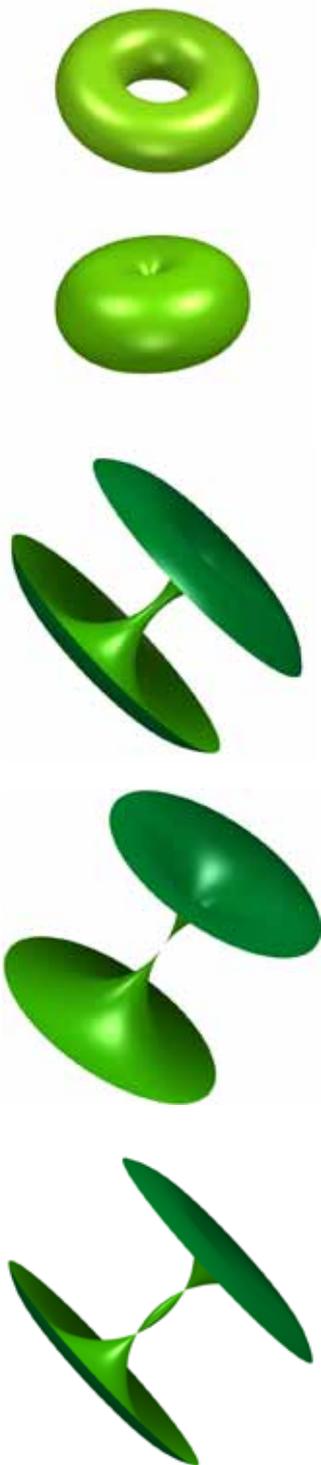


评论



意见簿

## 环面的变化



等地展出过。

展览中特别有趣的是一系列由各代数方程对应的各种形状的几何曲面，如海马、苹果、红心等形状优美的图形。同时它还提供得到这些曲面的软件 Surfer<sup>9</sup> 让参观者以“玩”的方式进行“几何”体验。例如，方程

$$1.2(x^2 + z^2) = 5y^3(0.25 - y^2)^3$$

的解  $(x, y, z)$  组成柠檬状的曲面。如读者希望看到更多图片，可以到其主页欣赏或参考 Surfer 的图库。他们也将部分曲面制成漂亮的海报出售。如我所在大学数学系的走廊即张贴了许多。

在 Surfer 中你不但可以对曲面进行着色、移动以观察曲面的各部分，还可以交互式地自行探索各种代数方程所对应的曲面以及在系数变动情形下曲面的变化。左图为 Surfer 图库中的“环面”（亦可参考 [6]）

$$x^2 + y^2 + z^2 + a^2 - b^2 = 4b^2(x^2 + y^2)$$

通过取不同的参数  $a, b$  得到。

由左图可以看出，某些方程有奇异点（对应曲面的“尖点”）。按 Surfer 软件的介绍， $d$  阶代数方程可能产生的奇异点的最大数目  $\mu(d)$  当  $d \geq 7$  时至今未知。许多带奇异点的图片也可在 Surfer 软件的图库找到<sup>10</sup>。

### MiMa 博物馆

奥博沃尔法赫联合其它部门于 2010 年 1 月底在数学所附近新成立了



某 5 阶方程得到的带 31(= $\mu(5)$ ) 个尖点的曲面

一个 MiMa 博物馆，即矿物与数学博物馆（Minerals and Mathematics）的简称。因为时间关系，我没能去参观。其主页<sup>11</sup>介绍了部分内容。MiMa 主要展出奥博沃尔法赫的两大特点：独一无二的黑森林矿藏和数学所指导下的数学知识。博物馆也特别重视矿物的晶体结构与数学的联系（其中蕴含如准晶、彭罗斯拼图等热点研究问题）。同时，MiMa 也是上述“IMAGINARY”展览的永久展览地。

从展览到博物馆，一个世界著名的数学所，将科普做到如此的精致和用心，是很值得我们尊敬和学习的。

### 影响

奥博沃尔法赫数学所，这个成长在小山村里的数学所有如广袤黑森林

<sup>8</sup> 主页为 <http://www.imaginary2008.de>

<sup>9</sup> 主页为 <http://www.imaginary2008.de/surfer>，软件免费下载。

<sup>10</sup> 或参考 <http://www.calendar.algebraicsurface.net>，这里有各种曲面的简短介绍和动画视频。

<sup>11</sup> 主页为 <http://www.mima.museum>

<sup>12</sup> 主页为 <http://www.cirm.univ-mrs.fr>

<sup>13</sup> 主页为 <http://www.birs.ca>

里璀璨的明珠，以其充满魅力的传统和文化，吸引数学家们纷至沓来；亦如星星之火，点燃了数学家们建立类似的数学所的激情。其中尤其著名的有法国马赛 Luminy 的国际数学会议中心<sup>12</sup>，加拿大的阿尔伯塔省的班夫 (Banff) 国际数学创新与发现研究站<sup>13</sup>等。马赛的数学中心早在 1954 年就被提议设立，但直到 1982 年才召开第一次数学会议（见<sup>[7]</sup>）；而班夫研究站则是在 2003 年正式对世界科学共同体开放的（见<sup>[8]</sup>）。这些数学中心在介绍其创始历史或缘由时无不提及受到奥博沃尔法赫数学所的启发。

**致谢：**作者感谢奥博沃尔法赫数学所档案馆 (Archives of the Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach) 允许作者使用 2010 年四位菲尔兹奖获得者在奥博沃尔法赫的照片以及图书馆外景图。

2011 年 2 月于德国比勒费尔德

## 参考文献

1. A. Jackson, Oberwolfach, Yesterday and Today, Notices Amer. Math. Soc. 47, no. 7, 758-765, 2000.  
可下载自 <http://www.mfo.de/general/history/jackson.pdf>
2. A. Jackson, Oberwolfach, Celebrates its Sixtieth Anniversary, Notices Amer. Math. Soc. 51, no. 9, 1064-1066, 2004.
3. 张奠宙,《陈省身大师与数学文明》, 宁波大学“做人做事做学问”名家系列讲座第 66 讲演讲。  
<http://student.nbu.edu.cn/ycCampus/showNews.aspx?columnID=1028&newsID=12854>
4. P. Halmos, I Want to Be a Mathematician, Springer-Verlag, 1985 (中译《我要作数学家》, 马元德等译)
5. A. J. P. MacLean, Parametric Equations for Surfaces, 2006.  
可下载自 <http://www.vtk.org/VTK/img/ParametricSurfaces.pdf>
6. Klaus, Stephan, Solid Möbius strips as Algebraic Surfaces, 2009.  
可下载自 <http://data.imaginary-exhibition.com/IMAGINARY-Moebiusband-Stephan-Klaus.pdf>
7. Luminy 的国际数学会议中心的网页：  
[http://www.cirm.univ-mrs.fr/Site\\_test/spip.php?article125&lang=en](http://www.cirm.univ-mrs.fr/Site_test/spip.php?article125&lang=en)
8. 班夫国际数学创新与发现研究站的网页：  
<http://www.birs.ca/about/creation-of-birs>



### 作者介绍：

欧阳顺湘，现为德国比勒费尔德大学数学系博士后，研究方向为随机数学及其相关领域。